

Een  
Nieuwe Methode  
voor de berekening van  
Heliakische Opkomsten

F. Inklaar

Aug. 1989



**EEN NIEUWE METHODE VOOR  
DE BEREKENING VAN  
HELIAKISCHE OPKOMSTEN**

**F. Inklaar**

**1989**

Met dank aan Prof. T. de Jong,  
wiens advies en ideeën een grote  
bijdrage hebben geleverd tot deze  
scriptie.

Afstudeer-scriptie van F. Inklaar  
Sterrenkundig Instituut 'Anton Pannekoek'  
Universiteit van Amsterdam  
Augustus 1989



## STERRENKUNDE IN DE OUDHEID

§ 1.0	Inleiding . . . . .	1
§ 1.1	Heliakische Opkomst en Ondergang . . . . .	2
§ 1.2	Kosmische Opkomst en Ondergang . . . . .	6
§ 1.3	Toepassingen in de oudheid . . . . .	9
§ 2.0	Ptolemaeus en de Arcus Visionis . . . . .	10
	Bibliografie bij Hoofdstuk I. . . . .	14

## EEN NIEUWE METHODE VOOR DE BEREKENING VAN HELIAKISCHE OPKOMSTEN

§ 1.0	Inleiding . . . . .	15
§ 2.0	De hemelhelderheid . . . . .	16
§ 2.1	De Schemering . . . . .	16
§ 2.2	Berekeningswijze . . . . .	22
§ 2.3	Betrouwbaarheid . . . . .	23
§ 3.0	Het oog . . . . .	23
§ 3.1	Experimentele bepaling van de gevoeligheid van het oog . . . . .	24
§ 3.2	De formules van Hecht . . . . .	26
§ 3.3	Enkele resultaten . . . . .	32
§ 3.4	Restricties . . . . .	33
§ 4.0	Extinctie en refractie . . . . .	36
§ 4.1	Afwijkingen in extinctie en refractie . . . . .	39
§ 4.2	Restricties . . . . .	41
§ 5.0	Het berekenen van de heliakische opkomstdatum . . . . .	41
	Bibliografie bij Hoofdstuk II . . . . .	45

## TOEPASSINGEN: DE PHASEIS EN MUL.APIN

§ 1.0	Phaseis . . . . .	47
§ 1.1	Kosmische opkomst en ondergang . . . . .	49
§ 1.2	De resultaten . . . . .	50
§ 1.3	De volgorde van heliakische en kosmische opkomsten en ondergangen . . . . .	57
§ 2.0	De tabletten MUL.APIN . . . . .	61
§ 2.1	De identificatie . . . . .	63
§ 2.2	De Analyse . . . . .	65
	Bibliografie bij Hoofdstuk III . . . . .	68

## EEN PROGRAMMA VOOR HET GRAFISCH REPRESENTEREN VAN DE STERREN- HEMEL

§ 1.0	Inleiding . . . . .	69
§ 2.0	Algemene beschrijving . . . . .	70
§ 3.0	De gebruikersinterface . . . . .	72
§ 4.0	De Sterrenbeelden-editor . . . . .	73
§ 5.0	Berekening Sterposities . . . . .	75
§ 5.1	Database . . . . .	75
§ 5.2	Omrekening tussen coördinaatsystemen . . . . .	75
§ 5.3	Eigenbeweging . . . . .	76
§ 5.4	Precessie . . . . .	76
§ 6.0	Zonspositie . . . . .	77
§ 7.0	Kaartprojecties . . . . .	78
§ 8.0	Symbolen . . . . .	84
§ 9.0	Het opzoeken van stergegevens . . . . .	86
	Bibliografie bij Hoofdstuk IV . . . . .	87



## HOOFDSTUK I

### STERRENKUNDE IN DE OUDHEID

#### § 1.0 Inleiding

Sterrenkunde en wiskunde behoren tot de oudste wetenschappen. Het is opvallend dat er bij vrijwel alle bekende oude beschavingen sporen zijn gevonden van sterrenkundige activiteiten, meestal in de vorm van waarnemingstabellen of beschrijvingen van speciale gebeurtenissen zoals verduisteringen of planeetsamenstanden. De meeste sterrenkundige optekeningen voegen niets toe aan onze huidige kennis van het heelal. Ze kunnen ons echter veel vertellen over de tijd waarin men de waarneming optekende. Zo is het soms mogelijk te berekenen wanneer de bewuste waarneming moet zijn gedaan. Daarmee beschikken we dan over een rechtstreekse datering van de archeologische vondst, wat voor de archeologie vanzelfsprekend een buitenkans is. Wanneer de optekening bovendien de datum in de in die tijd gebruikte kalender vermeldt, krijgen we daarmee informatie over de oude kalender waarmee deze geheel of gedeeltelijk aan de onze gecorreleerd kan worden. Tenslotte vertelt de aard en de nauwkeurigheid van de waarneming ons iets over het peil van de sterrenkunde op dat moment.

Een waarneming die in oude sterrenkundige optekeningen vrij vaak voorkomt, is die van de eerst zichtbare opkomst van sterren, heliakische opkomsten genoemd, die elk jaar rond dezelfde datum optreden. Ook heliakische opkomsten van planeten en de maan werden trouwens waargenomen, maar deze zullen we hier verder buiten beschouwing laten. Mogelijk vormen heliakische steropkomsten het oudste regelmatig waargenomen verschijnsel, omdat ze in de oudheid werden gebruikt om de juiste datum voor het zaaien en het oogsten te bepalen. Omdat deze kennis mondeling werd overgedragen is het onmogelijk te achterhalen wanneer men hiermee begonnen is, maar het lijkt goed mogelijk dat dit is geweest rond de tijd dat men serieus landbouw ging bedrijven, vele duizenden jaren voor Christus. Later krijgt de heliakische opkomst soms een plaats in de officiële tijdrekening, bijvoorbeeld bij de Egyptenaren, waar het jaar begon met de heliakische opkomst van Sirius, die na enkele weken werd gevolgd door het overstromen van de Nijl, de belangrijkste gebeurtenis in landbouwkundig opzicht van het jaar.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

De datum waarop een heliakische opkomst plaatsvindt, schuift door de precessie langzaam op, maar niet voor alle sterren in hetzelfde tempo. Wanneer we dus over de data van een aantal heliakische opkomsten beschikken, is het mogelijk daarmee een datering van de waarneming te maken, hoewel de nauwkeurigheid normaal niet beter is dan enkele eeuwen. Trouwens ook andere zaken die van invloed zijn op de heliakische opkomstdatum, zoals de breedtegraad van de waarnemer en de extinctie, kunnen in principe uit deze data geschat worden, tenminste als we over voldoende opkomstdata beschikken. De methode waarmee heliakische opkomstdata theoretisch berekend worden is berust nog altijd op het werk van Ptolemaeus, en is sinds zijn tijd slechts op kleine punten verbeterd. Hoewel daarmee in de meeste gevallen zeer behoorlijke resultaten verkregen kunnen worden, lijkt de tijd toch rijp voor een grondiger aanpak van het probleem, gebruik makend van de huidige kennis en mogelijkheden. In de volgende paragrafen zullen we zien welke effecten bij een heliakische opkomst meespelen, hoe Ptolemaeus de eerste stenen van de theorie legde, en hoe we de berekening tegenwoordig uit kunnen voeren.

### § 1.1 Heliakische Opkomst en Ondergang

In de loop van het jaar beschrijft de zon een volledige omloop door de sterrenhemel. Wanneer we een bepaalde ster en sterrentijd kiezen, zullen we deze ster op die sterrentijd natuurlijk altijd op dezelfde plaats aan de hemel aantreffen. De zon zal zich echter op dat tijdstip een gedeelte van het jaar boven de horizon bevinden, waardoor de ster voor het blote oog onzichtbaar wordt, en een gedeelte van het jaar onder de horizon, waarbij de ster meestal wel zichtbaar zal zijn. Als de zon echter dicht onder de horizon staat kan het licht van de schemerende hemel de waarneming nog belemmeren. Voor elke ster en voor elke sterrentijd kunnen we de periodes bepalen waarin de ster op die sterrentijd wel en niet zichtbaar is. Een speciaal geval is het tijdstip waarop de ster net opkomt. Zolang de zon eerder opkomt dan de ster, zal deze opkomst onzichtbaar zijn. Omdat de beweging van de zon tussen de sterren tegengesteld is aan de dagelijkse gang van de sterrenhemel, zal de sterrentijd van de zonsopkomst steeds later zijn, waardoor op zekere dag de opkomst van de ster wel zal kunnen worden waargenomen. De eerste opkomst die waarneembaar is, wordt de heliakische opkomst genoemd. Om iets meer inzicht te krijgen in de processen die bij deze gebeurtenissen meespelen, bekijken we een heliakische opkomst uit het oogpunt van de waarnemer:



## Sterrenkunde in de Oudheid

Rond de datum waarop de Heliakische Opkomst plaatsvindt, zal de ster iets eerder moeten opkomen dan de zon. Op het moment dat de ster de horizon bereikt, zal hij echter niet meteen zichtbaar zijn. De oorzaak daarvan is, dat een gedeelte van het sterlicht in de Aard-atmosfeer verstrooid of geabsorbeerd wordt en dus onze ogen nooit bereikt. Omdat het voor onze doeleinden niet belangrijk is door welk mechanisme het sterlicht verloren gaat, vatten we deze twee grootheden samen in een nieuwe, de extinctie. De extinctie is exponentieel afhankelijk van de kolomdichtheid van de in de atmosfeer afgelegde weg. Omdat de lengte van deze weg bij de horizon groot is, wordt daar bijna al het licht verstrooid en zal het overblijvende licht normaal niet sterk genoeg zijn om in de al schemerende hemel waargenomen te kunnen worden. Zelfs tijdens de nacht kunnen alleen de allerhelderste sterren op de horizon worden waargenomen, en dan nog alleen bij een zeer goede doorzichtigheid van de lucht. Wanneer de ster echter boven de horizon uit begint te klimmen, zal de extinctie aanvankelijk snel afnemen. Maar terwijl dit plaatsvindt nadert ook de zon dichterbij tot de horizon, zodat ook de helderheid van de hemelachtergrond toeneemt. Op elk moment bepalen deze twee grootheden of de ster zichtbaar is of niet. Stel echter dat de hemelhelderheid te snel oploopt en de ster die ochtend niet zichtbaar wordt. De volgende dag staat de zon dan één graad oostelijker, en is het tijdsverschil tussen ster- en zonsopkomst ongeveer vier minuten groter dan de vorige dag. De ster heeft dan dus bij dezelfde helderheid van de hemel vier minuten extra om boven de zwaarste extinctie uit te klimmen, waardoor hij deze of één van de volgende dagen boven de zichtbaarheidsgrens uit zal komen. Wanneer na deze eerste zichtbaarheid de ster verder klimt, zal de extinctie steeds langzamer gaan afnemen. De helderheid van de hemel zal echter ongeveer in hetzelfde tempo blijven stijgen, waardoor de ster enige tijd later alsnog in de ochtendschemering verdwijnt. Afhankelijk van de preciese omstandigheden is de ster dan maximaal 20 minuten zichtbaar geweest.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

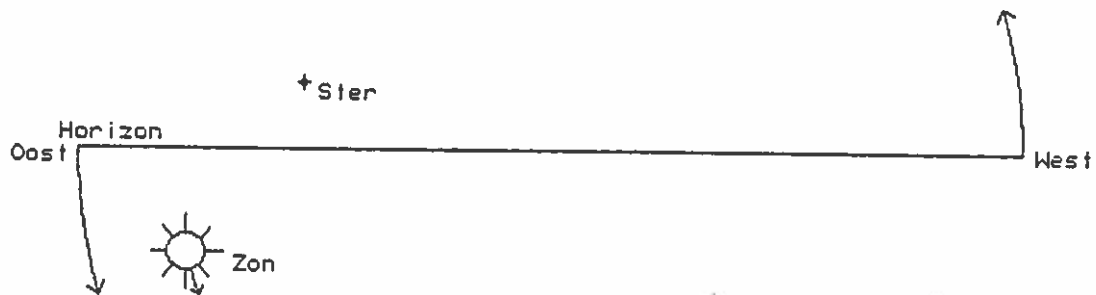


Fig. 1

De situatie rond een heliakische opkomst. In deze afbeelding staat de sterrenhemel stil en draaien de horizon en de zon rond in dezelfde richting. Eén omwenteling van de horizon duurt een dag, de zon voltooit een omloop in een jaar.

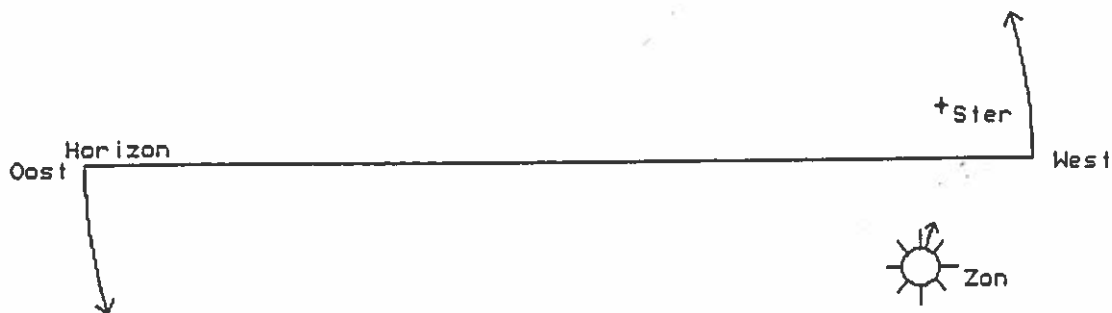


Fig. 2

De situatie rond een heliakische ondergang.

Sterk verwant aan de heliakische opkomst is de heliakische ondergang, waarbij de ondergang van een ster voor de laatste maal zichtbaar is. De heliakische opkomst speelt zich altijd af bij aan de oostelijke horizon, de heliakische ondergang aan de westelijke horizon. Een model van de heliakische ondergang kan altijd uit een model van de heliakische opkomst worden verkregen door het tijdsverloop om te keren. Het is dus onnodig om de heliakische ondergang apart in detail te onderzoeken.

Tenslotte is het belangrijk te constateren dat sterren die niet ondergaan of opkomen, en dus altijd boven of onder de horizon staan, ook geen heliakische opkomst en ondergang hebben. Per ster is dat afhankelijk van de geografische breedte van de waarnemer: Staat de waarnemer op de evenaar, dan gaan alle sterren op en onder. Op de beide polen is de helft van de sterren circumpolair, en de andere helft is nooit zichtbaar. Hier kan dus van geen enkele ster een heliakische opkomst worden waargenomen.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

### § 1.2 Kosmische Opkomst en Ondergang

Uit de vorige paragraaf is duidelijk geworden dat er zoiets bestaat als de eerste zichtbare opkomst en de laatste zichtbare ondergang. Een logisch gevolg is natuurlijk dat er dan ook een laatste zichtbare opkomst en een eerste zichtbare ondergang moeten zijn, maar wat moeten we ons daar precies bij voorstellen?

Stel we nemen na de Heliakische Opkomst van de ster uit de vorige paragraaf elke ochtend zijn opkomst waar. Deze opkomst zal elke nacht vroeger plaatsvinden, tot hij ongeveer een half jaar later rond zonsondergang plaatsvindt. Op dat moment zal ook het licht van de schemering een rol gaan spelen. Net als bij de heliakische opkomst neemt de helderheid van de ster tijdens zijn opkomst toe. De helderheid van de hemel neemt nu, omdat dit zich 's avonds afspeelt, af! De ster zal dus zeker zichtbaar worden. Zolang de ster nog opkomt terwijl de hemel al volledig donker is, is het de extinctie die bepaalt wanneer de ster helder genoeg is om te worden waargenomen. Na verloop van tijd zal de hemel rond de opkomst van de ster zo helder zijn dat de ster zelfs zonder extinctie niet zichtbaar geweest zou zijn. De ster verschijnt dan pas op het moment dat de hemel voldoende donker is, en dan kan de ster al een flink stuk boven de horizon staan, waar de extinctie niet meer erg belangrijk is. Op dat moment is dus de helderheid van de hemel de dominerende factor. Het is niet mogelijk om tussen deze twee gebieden een scherpe grens te trekken, maar toch bestaan er oude waarnemingen van deze zogenaamde kosmische opkomsten en ondergangen. Daarbij werd hoogstwaarschijnlijk gekeken naar de hoogte boven de horizon waarop de ster verscheen of verdween.

Sterrenkunde in de Oudheid



Fig. 3

De situatie rond een kosmische opkomst.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten



Fig. 4

De situatie rond een kosmische opkomst.

Er zijn uit de oudheid minder kosmische dan heliakische opkomsten bekend. De oorzaak daarvan is waarschijnlijk dat de kosmische opkomsten lastiger waar zijn te nemen dan de heliakische opkomsten. Bovendien verschaffen de kosmische opkomsten geen informatie die ook niet met (andere) heliakische opkomsten verkregen kan worden. Het lijkt dan ook zo te zijn dat men in het algemeen pas kosmische opkomsten en ondergangen ging waarnemen wanneer astronomie werd beoefend door echte astronomen of astrologen, en niet alleen ten behoeve van de landbouw.

## Sterrenkunde in de Oudheid

### § 1.3 Toepassingen in de oudheid

Omdat bij elke heliakische opkomst de onderlinge stand van zon en ster hetzelfde moet zijn, is het tijdsverschil tussen twee opeenvolgende Heliakische Opkomsten van dezelfde ster precies één siderisch jaar. Het tropische jaar, dat samenhangt met het verloop van de seizoenen, verschilt hiervan alleen door de precessie, die we in de eerste beschouwing kunnen verwaarlozen. De Heliakische opkomsten en ondergangen vinden dan voor een perfecte kalender voor elke ster afzonderlijk elk jaar op dezelfde datum plaats. Juist dit maakte deze verschijnselen in de oudheid zo waardevol. De kalendersystemen, zo die al bestonden, waren in die tijd niet zo volmaakt als onze huidige tijdrekening, wat vooral in de landbouw voor grote problemen zorgde. De oude Babylonische maankalender kende bijvoorbeeld twaalf maanden van elk 30 dagen. Het nieuwe jaar begon bij de eerste nieuwe maan in de lente, enigszins vergelijkbaar met ons huidige pasen, en er zat dus een speling van bijna een maand tussen de kalenderdatum en het verloop van de seizoenen, wat de kalender voor de landbouw inderdaad volledig onbruikbaar maakte. Er bestaan dan ook aanwijzingen dat de boeren al zeer vroeg gebruik maakten van de zichtbaarheid van sterrenbeelden om de juiste data voor zaaien en oogsten te bepalen. Zo tekende Hesiodus, een Griekse dichter én landbouwer, in de 8e eeuw voor Christus dit volksrijmpje op:

Wanneer de Pleiaden, de dochters van Atlas, opkomen  
Dan is het tijd om te oogsten, en om te zaaien  
Wanneer zij weer ondergaan.

Hoewel dit de enige bekende optekening is van zo'n mondeling overgedragen vuistregel, lijkt het waarschijnlijk dat ze in de oudheid vrij algemeen zijn geweest. Ook de Babylonische sterrekenen van Ea, Anu en Enlil, met elk 12 sterren die behoorden tot een bepaalde maand van het jaar, vinden waarschijnlijk hun oorsprong in dit soort regels [1].

Het verloop van de seizoenen hangt direct samen met de declinatie van de zon. De lente begint bijvoorbeeld op het exacte moment dat de zon in Noordelijke richting de equator passeert. Op het eerste gezicht lijkt dus de simpelste methode om de kalender te ijken om op één of andere manier de declinatie van de zon te meten. Dit kan men doen door de hoogte van de zon te meten als hij de meridiaan passeert, of door de azimuth te bepalen van het punt op de horizon waar de zon opkomt of ondergaat. Beide methoden hebben echter twee belangrijke nadelen: Ten eerste is de

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

te bereiken nauwkeurigheid zeer slecht als de zon niet in de buurt van de equator staat, omdat het verschil in declinatie van twee opeenvolgende data zeer klein wordt. Maar zelfs in het gunstigste geval is het verschil in declinatie maar 0,4 graad per dag, en dus moet de meting dus wel erg nauwkeurig worden uitgevoerd om de datum inderdaad op de dag nauwkeurig te bepalen. Daarbij moet men ook een goede kennis van de ligging van de windstreken hebben om de meting zo precies uit te kunnen voeren. Al met al lijkt het vrijwel onmogelijk met deze methode een goed resultaat te bereiken zonder een eenvoudig observatorium, en dan nog alleen gedurende enkele maanden per jaar.

Aan het waarnemen van Heliakische Opkomsten en Ondergangen kleven deze bezwaren niet. Ten eerste is geen enkel instrument vereist, en kan de waarneming worden uitgevoerd door een ieder die weet waar de bewuste ster aan de hemel gezocht moet worden. Bovendien kunnen deze metingen het gehele jaar door worden uitgevoerd, waardoor men minder kwetsbaar wordt voor perioden met slecht weer. Met behulp van een lijst met verwachte Heliakische data kan men zo het gehele jaar door de eigen kalender toetsen aan de waarnemingen.

Het belangrijkste nadeel van de Heliakische methode is echter dat de bereikbare nauwkeurigheid niet zo hoog is als met de waarneming van de zon in principe bereikt kan worden: Een variatie van twee à drie dagen ten gevolge van betere of slechtere atmosferische condities is niet te vermijden. Voor de landbouw is deze variatie echter acceptabel. De populariteit van heliakische opkomsten valt dan nu ook te begrijpen: De lagere nauwkeurigheid was een zeer goede prijs voor het feit dat de waarneming door iedereen kon worden uitgevoerd.

### § 2.0 Ptolemaeus en de Arcus Visionis

De eerste geslaagde poging om heliakische opkomsten te voorspellen, is afkomstig uit de *Almagest* (wat een Arabische verbastering is van de oorspronkelijke titel 'Mathematike Syntaxis') van Ptolemaeus, in de 2e eeuw van onze jaartelling. In dit oude standaardwerk over sterrenkunde zijn enkele bladzijden gewijd aan het berekenen van heliakische opkomsten, die Ptolemaeus indeelt onder samenstanden tussen een ster, de zon en de Aarde (dwz de horizon).



## Sterrenkunde in de Oudheid

Ook vóór Ptolemaeus zijn er pogingen ondernomen om heliakische opkomstdata te berekenen, maar de gebruikte methodes getuigen niet van veel inzicht of kennis van zaken. Een in die tijd gebruikte berekeningsmethode, waarschijnlijk afkomstig van Eudoxus, ging er bijvoorbeeld van uit dat er 15 graden verschil in ecliptische lengte tussen ster en zon moest zijn. Aanvankelijk werd deze methode alleen toegepast voor sterren in de buurt van de ecliptica, maar later gebruikte men deze regel zelfs voor alle vaste sterren.

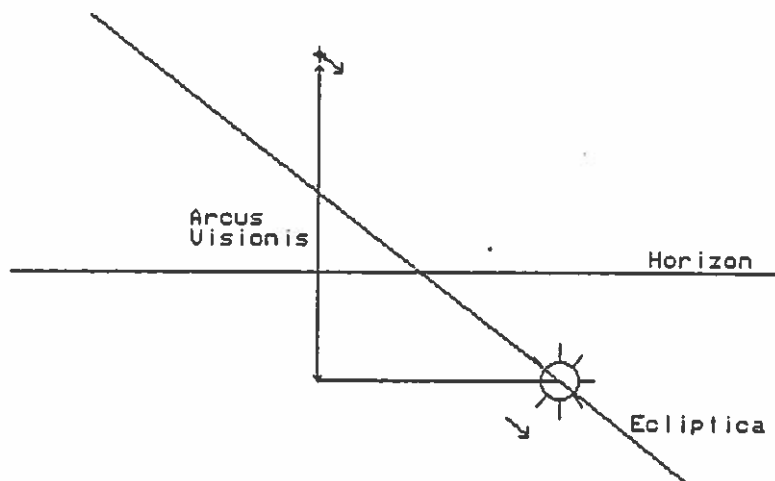


Fig. 5

De defenitie van de Arcus Visionis.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

Ptolemaeus is de eerste die tegen deze methode in verzet komt [2]. Hij begint dan ook met uit te leggen dat het niet juist kan zijn dat er een constant verschil in ecliptische lengte tussen een willekeurige ster en de zon moet zijn, maar dat deze afstand langs de ecliptica afhankelijk is van de helderheid van de ster, en van de hoek tussen de ecliptica en de horizon op het moment dat de ster opkomt. Wat volgens Ptolemaeus per ster wel constant moet zijn, is de afstand van de zon loodrecht tot de horizon op het moment van steropkomst, die de Arcus Visionis genoemd wordt. Wanneer er minstens één waarneming van de heliakische opkomst van een ster bestaat, kan daarmee de Arcus Visionis voor deze ster bepaald worden. Met deze waarde kan men dan andere heliakische opkomsten voorspellen, óók bij veranderde condities, zoals voor andere geografische breedten, of voor andere epoches. Hij schrijft daarover (vertaling door Toomer<sup>[2]</sup>):

Therefore we need observations for each individual star in order to determine the [required] distance of the sun below the earth as measured along the ecliptic. And even if the distance vertical to the horizon does not remain the same for the same star at all locations on earth, because the rays of similar density do not have the same obscuring effect in the thicker air of the more northerly terrestrial latitudes, we will need observations, not merely at one terrestrial latitude, but at each of the others alike. However, if the arc (...) remains constant everywhere on earth for the same stars (as seems likely, since the fixed stars too must be affected by the variation in the atmosphere in the same way as the rays are), the distances observed at a single terrestrial latitude will suffice us to determine those at the other latitudes: [we can do this] by geometrical methods, whether the variation in the inclination of the ecliptic is due to the terrestrial location or to the demonstrated motion of the sphere of fixed stars toward the rear with respect to it [the ecliptic]<sup>1</sup>

Ptolemaeus plaatst hier vraagtekens bij het gebruik van dezelfde Arcus Visionis voor verschillende geografische breedten, aangezien ook de atmosferische condities verschillen. Hoewel zijn vermoeden waarom de Arcus Visionis onafhankelijk zou zijn van de doorzichtigheid van de lucht onjuist is, valt de variatie van de atmosferische condities in de praktijk erg mee, en is zijn berekeningsmethode dan ook zeer goed bruikbaar gebleken.

---

1. Ptolemeaus doelt hier op de precessie.

Na het afleiden van de formules die de relatie beschrijven tussen de afstand gemeten langs de ecliptica van de zon tot de horizon en de Arcus Visionis, maakt hij duidelijk dat hij dit niet beschouwt als het laatste woord over dit onderwerp, maar meer als een voorzichtige aanzet. Maar omdat voor meer inzicht jarenlang waarnemingen gedaan moeten worden op meerdere plaatsen op Aarde, ziet hijzelf daar voorlopig van af. Ook vermeld hij in de afsluiting dat hij gemerkt heeft dat deze verschijnselen zich niet op de dag precies laten voorspellen, maar dat verschillen tussen waarnemers en atmosferische condities tot enkele dagen verschil in de waarneming kunnen leiden. Over die verschillen tussen voorspelling en waarneming maakt hij tenslotte nog een enigszins cryptische opmerking:

Moreover, we notice that the prognostications concerning the state of the atmosphere derived from first or last visibilities (if indeed one assigns these as the cause [of changes in the weather], and not rather the positions [of the sun] in the ecliptic), are almost always approximations, and do not exhibit a perfect regularity and invariability: it seems that this causal factor has only general application, and derives its strength, not so much from the actual times of the first or last visibility, as from the configurations with respect to the sun, taken as intervals in round numbers, in part, the inclinations of the moon at those configurations.

Het blijkt dus dat in zijn tijd men probeerde het weer te voorspellen aan de hand van Heliakische verschijnselen. Uit zijn betoog blijkt verder dat de betrouwbaarheid van deze voorspellingen niet al te hoog moet worden aangeslagen, maar toch zijn de resultaten blijkbaar niet zo slecht dat hij ze volledig aan het toeval durft toe te schrijven. Hij beargumenteert terecht dat het onmogelijk is dat deze verschijnselen zelf het weer beïnvloeden: Als er werkelijk een dergelijk effect is, moet het gezocht worden in een gezamenlijke oorzaak, volgens Ptolemaeus de stand van de zon en de fase van de maan. In de 'Phaseis' geeft Ptolemaeus daadwerkelijk een lijst met dergelijke voorspellingen<sup>[3]</sup>. Zo zou de heliakische opkomst van Denebola regen en onweer brengen.

Vermoedelijk zijn deze voorspellingen ontstaan uit het oude gebruik om zaai- en oogsttijden te bepalen met heliakische opkomsten. Onder invloed van de Astrologie kunnen deze regels in de loop der tijden tot dergelijke weersvoorspellingen zijn uitgegroeid. Deze voorspellingen kunnen trouwens juist zijn als het sterk seizoengebonden weer betreft, zoals het stormseizoen in de Middellandse zee of de regentijd in Boven-Egypte.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

Bibliografie bij Hoofdstuk I

- [1] B.L. van der Waerden: "Science Awakening II", Wolters Noordhof, 1974.
- [2] G.J. Toomer: "Ptolemy's Almagest", Duckworth, London, 1984.
- [3] O. Neugebauer: "A History of Ancient Mathematical Astronomy", Springer, New York, 1975.
- [4] O. Neugebauer: "The Exact Sciences in Antiquity", Dover Publications, 1957.

# Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

## HOOFDSTUK II:

### EEN NIEUWE METHODE VOOR DE BEREKENING VAN HELIAKISCHE OPKOMSTEN

#### § 1.0 Inleiding

De door Ptolemaeus ontworpen methode is eeuwenlang gebruikt gebleven. Wel is sindsdien het magnitude systeem voor sterhelderheden sterk verbeterd, waardoor het mogelijk is geworden de Arcus Visionis direct uit de visuele helderheid te schatten. Een veel gebruikte formule daarvoor is  $ARCVIS = 10 + 2.1 \cdot M^{[1]}$ . Wanneer men voor een ster de Arcus Visionis kent, kan men zo langs zuiver wiskundige weg de heliakische opkomstdatum bepalen. Daarvoor berekent men welke twee punten op de ecliptica zich op het moment van steropkomst ARCVIS graden onder de horizon bevindt. Voor heliakische opkomsten en ondergangen kiest men dan dat punt wat het dichtst bij de ster ligt, bijvoorbeeld voor heliakische opkomsten het punt aan de oostzijde van de meridiaan. Tenslotte bepaalt men op welke datum de zon zich op het betreffende punt van de ecliptica ophoudt, en die datum is de voorspelling van de datum van eerste cq laatste zichtbaarheid. Voor kosmische opkomsten gaat de constructie op soortgelijke wijze, maar hier kiest men dan het andere punt op de ecliptica. Bovendien geldt voor kosmische opkomsten en ondergangen een andere waarde voor de Arcus Visionis.

Hoewel deze constructie bruikbare resultaten oplevert, zitten er toch een aantal nadelen aan. Ten eerste wordt de afstandscomponent langs de horizon tussen zon en ster buiten beschouwing gelaten. Maar vooral is het vervelend dat niet duidelijk is hoe de Arcus Visionis van bijvoorbeeld de extinctie afhangt, en waarom de Arcus Visionis eigenlijk (ongeveer) die waarde heeft die we met de genoemde formule uit de visuele helderheid uit kunnen rekenen. Om de voorspellingen een meer solide basis te geven, zouden we een nauwkeuriger uitgewerkt model moeten hebben. Dit model zou dan gegevens moeten bevatten omtrent de helderheidsverdeling van de hemel als functie van de plaats van de zon, natuurlijk het effect van de extinctie en eventueel van refractie in de atmosfeer, en tenslotte zijn er ook gegevens nodig over het menselijk oog om vast te stellen welke stermagnitude nog zichtbaar is tegen een bepaalde hemelhelderheid. Van al deze grootheden bestaan tegenwoordig goede metingen of benaderingsformules, en het enige wat ons dus te doen staat om tot een beter model en beter onderbouwde voorspellingen te komen is deze zaken op de juiste manier met elkaar te verbinden. Op de volgende

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

manier kunnen we dan op elk moment de zichtbaarheid van een ster berekenen:

1. Bepaal de positie aan de hemel van de ster en de zon.
2. Bereken extinctie en de hemelhelderheid voor de positie van de ster.
3. Controleer of de schijnbare helderheid van de ster groter is dan de grenshelderheid van het oog bij deze hemelhelderheid.

Daarmee weten we dan of de ster al of niet zichtbaar is op dat moment, maar het is duidelijk dat er veel van dergelijke berekeningen gedaan moeten worden om tenslotte de allereerste of laatste zichtbaarheid van een ster vast te kunnen stellen. Aangezien de berekening zelf al vrij intensief is, is het duidelijk dat dit door een computer zal moeten worden uitgevoerd. Op de huidige PC's kan een dergelijke complete voorspelling binnen enkele minuten worden uitgevoerd.

Dit model beschikt dan inderdaad over de gewenste eigenschappen: Doordat de hemelhelderheid óók een functie is van de azimuth is de Arcus Visionis nu ook een functie van de horizontale afstandscomponent. Voor de extinctie kan nu in principe elk gewenst model gebruikt worden. De belangrijkste eigenschap is echter dat de Arcus Visionis nu uitvoergrootte is in plaats van invoergrootte. In het volgende deel zullen we deze ingrediënten van dit model stuk voor stuk bespreken, waarna we het model zullen toepassen op enige overgeleverde waarnemingen.

### § 2.0 De hemelhelderheid

#### § 2.1 De Schemering

Net als bij het sterlicht, wordt ook een gedeelte van het zonlicht in de atmosfeer verstrooid en geabsorbeerd. Door de enorme helderheid van de zon is nu echter het verstrooide licht zelf zichtbaar, en is zelfs zo helder, dat overdag alle sterren onzichtbaar worden. De verstrooiing in de atmosfeer bestaat uit twee verschillende processen: Rayleigh verstrooiing aan atomen, wat in het visuele gebied een efficiëntie heeft die omgekeerd evenredig verloopt met de golflengte, wat de blauwe kleur van de

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

hemel oplevert met een vrij gelijkmatige helderheidsverdeling over de hele hemel, en Mie verstrooiing aan stof en fijne waterdruppels, wat een wit schijnsel produceert in de buurt van de zon, aangezien dit verstrooiingsmechanisme het meest effectief is bij voorwaartse verstrooiing onder een kleine hoek, en weinig afhankelijk is van de golflengte in het visuele gebied. Ook dicht langs de horizon kan Mie verstrooiing worden waargenomen, afkomstig van licht dat eerst gereflecteerd is aan het aardoppervlak of aan wolken. Overdag laat de hemelhelderheid zich vrij makkelijk modelleren, maar tijdens de schemering wordt de situatie zo complex dat de helderheidsverdeling niet in één simpele formule te vatten is. Zo is overdag het meeste hemellicht eenmalig verstrooid en is de gemiddelde hoogte waarop dit is gebeurd gelijk aan de schaalhoogte van de atmosfeer (8 km). Als de zon echter onder de horizon daalt, komen de onderste luchtlagen het eerst in de schaduw van de Aarde. Op dat moment is het licht van verschillende richtingen aan de hemel afkomstig van verstrooiing op zeer verschillende hoogten in de atmosfeer, en bovendien is de gemiddelde hoogte waarop de verstrooiing plaatsvindt al snel meer dan 20 kilometer. Op die hoogte is het verloop van temperatuur vrij grillig, waardoor modellen gebaseerd op een exponentieel met de hoogte afvallende dichtheid het laten afweten. Om deze reden is het handiger gebruik te maken van metingen van de hemelhelderheid, gedaan op een representatieve plaats. Een dergelijke meting is onder meer uitgevoerd te Maryland<sup>[2]</sup>, op 30 meter boven zeeniveau, waar men de hemelhelderheid op 25 richtingen aan de hemel heeft uitgevoerd bij verschillende afstanden van de zon tot de horizon.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

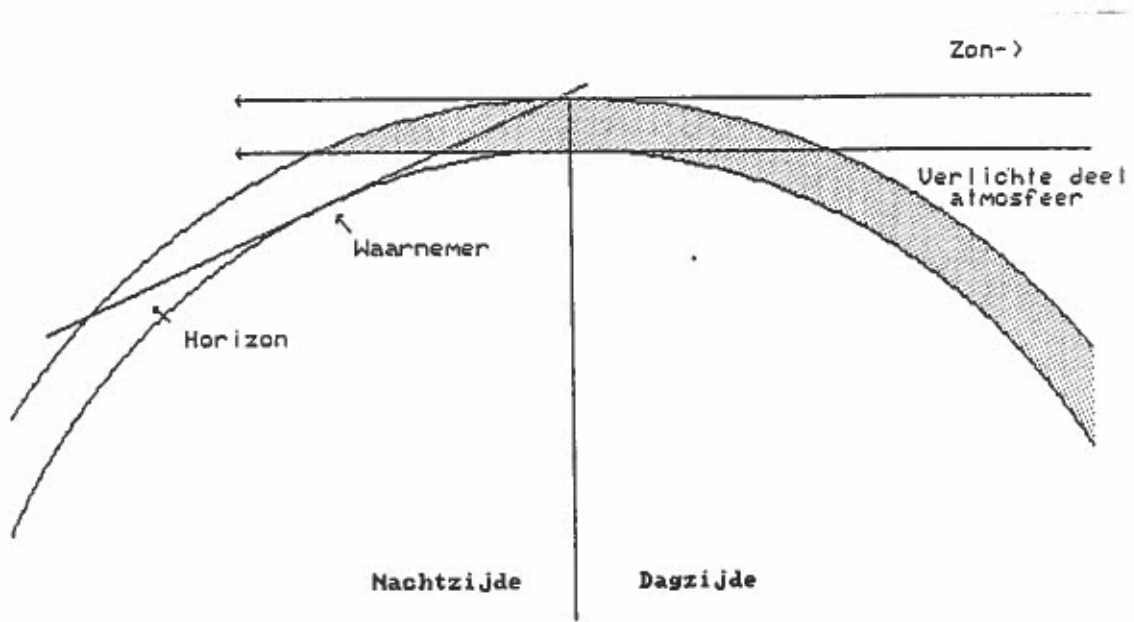


Fig. 6

De situatie in de atmosfeer tijdens schemering.



Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

Tabel I

Helderheid van de hemel tijdens schemering te Maryland, in candela per vierkante voet.

H: de hoogte van de zon.

P: hoogte van punt aan de hemel

Z: verschil in azimuth tussen zon en punt aan de hemel

		Z=0°					
		P=0°	10°	30°	50°	70°	90°
H							
+5°		1000	1000	350	150	80	43
+3°		800	600	220	100	62	35
0°		170	150	74	35	21	15
-3°		17	15	9.5	4.0	3.0	2
-6°		0.8	0.7	0.3	0.12	0.08	0.06
-9°		0.035	0.03	0.0072	0.004	0.0019	0.0015
-12°		0.0017	0.0015	0.0006	0.00023	0.00016	0.00012
-15°		0.00028	0.00021	0.00011	0.000062	0.000057	0.00004

		Z=22.5°					
		P=0°	10°	30°	50°	70°	90°
H							
+5°		450	500	240	120	60	43
+3°		290	300	180	78	50	35
0°		95	90	64	30	20	15
-3°		13.5	13	7.7	3.7	2.5	2
-6°		0.6	0.65	0.3	0.1	0.075	0.06
-9°		0.029	0.025	0.007	0.0033	0.0018	0.0015
-12°		0.0012	0.0011	0.0005	0.00022	0.00015	0.00012
-15°		0.00019	0.00017	0.00011	0.000062	0.000055	0.00004

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

$Z=45^\circ$

	$P=0^\circ$	$10^\circ$	$30^\circ$	$50^\circ$	$70^\circ$	$90^\circ$
H						
$+5^\circ$	250	260	160	80	50	43
$+3^\circ$	170	180	130	60	41	35
$0^\circ$	60	58	50	28	19	15
$-3^\circ$	9.4	10	5.8	3.4	2.2	2
$-6^\circ$	0.42	0.35	0.20	0.08	0.062	0.06
$-9^\circ$	0.018	0.015	0.005	0.0028	0.0016	0.0015
$-12^\circ$	0.0008	0.00068	0.00037	0.00019	0.00014	0.00012
$-15^\circ$	0.00012	0.00012	0.000098	0.00006	0.00005	0.00004

$Z=90^\circ$

	$P=0^\circ$	$10^\circ$	$30^\circ$	$50^\circ$	$70^\circ$	$90^\circ$
H						
$+5^\circ$	100	94	80	60	45	43
$+3^\circ$	75	80	66	50	34	35
$0^\circ$	34	34	32	22	17	15
$-3^\circ$	5.5	6.0	3.5	3	2	2
$-6^\circ$	0.15	0.09	0.09	0.07	0.05	0.06
$-9^\circ$	0.0054	0.0045	0.0034	0.002	0.0014	0.0015
$-12^\circ$	0.00035	0.00035	0.00025	0.00016	0.00012	0.00012
$-15^\circ$	0.00007	0.00007	0.000075	0.000052	0.000046	0.00004

$Z=135^\circ$

	$P=0^\circ$	$10^\circ$	$30^\circ$	$50^\circ$	$70^\circ$	$90^\circ$
H						
$+5^\circ$	160	150	100	64	48	43
$+3^\circ$	110	100	70	50	39	35
$0^\circ$	39	35	30	20	16	15
$-3^\circ$	4.0	3.0	3.0	3.0	2	2
$-6^\circ$	0.09	0.07	0.07	0.07	0.05	0.06
$-9^\circ$	0.0032	0.0032	0.0025	0.002	0.0013	0.0015
$-12^\circ$	0.00025	0.00025	0.0002	0.00015	0.00010	0.00012
$-15^\circ$	0.000056	0.000055	0.00005	0.000045	0.000043	0.00004

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

	Z=180°					
	P=0°	10°	30°	50°	70°	90°
H						
+5°	180	170	110	65	50	43
+3°	120	120	78	54	40	35
0°	42	40	35	23	19	15
-3°	2	2	4	3.2	2	2
-6°	0.09	0.08	0.07	0.07	0.05	0.06
-9°	0.0032	0.003	0.0025	0.002	0.0015	0.0015
-12°	0.00025	0.00025	0.0002	0.00017	0.00011	0.00012
-15°	0.000056	0.000054	0.00005	0.000046	0.00004	0.00004

Wanneer de zon zich meer dan 18 graden onder de Horizon bevindt, dringt er geen noemenswaardige hoeveelheid zonlicht meer tot het aardoppervlak door, en dan kunnen we echt over 'nacht' spreken. Maar zelfs dan is de hemelhelderheid niet nul. Afgezien van mogelijk maanlicht, wordt het meeste licht uitgestraald door de zichtbare sterren. Verder zijn er bijdragen van de niet afzonderlijk zichtbare sterren, met name in de melkweg, het zodiakale licht, afkomstig van gereflecteerd zonlicht op stof in het planetenstelsel, en tenslotte van de airglow, emissie door atomen in de ijle buitenlagen van de atmosfeer. Behalve het zodiakale licht is geen van deze lichtbronnen gerelateerd aan de stand van de zon. En omdat deze bij een dergelijk lage zonnestand ook al vrij zwak is, kunnen we volstaan met een model waarbij de helderheid alleen een functie is van de hoogte boven de horizon. Ook voor de helderheid van de nachthemel gaan we uit van metingen uitgevoerd te Maryland<sup>[3]</sup>. Deze nacht-helderheidsverdeling is nodig omdat de laatste meting van de schemerende hemel is uitgevoerd met de zon 15 graden onder de horizon. Maar omdat de zon voor zwakke sterren tijdens de heliakische opkomst dieper dan 15 graden kan staan, moeten we zorgen voor een nette extrapolatie van de hemelhelderheid voor lagere standen van de zon. Daarvoor is de nachthelderheid als extra meting toegevoegd bij een zonnestand van 18 graden onder de horizon. Ook als de zon dieper staat dan 18 graden wordt deze nachthelderheidsverdeling gebruikt.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

Tabel II

De helderheidsverdeling van de nachtelijke hemel voor Maryland.

	P=0°	10°	30°	50°	70°	90°
H -18°	0.000018	0.000024	0.000031	0.000030	0.000033	0.000030

§ 2.2 Berekeningswijze

Om de zichtbaarheid van een ster op elk moment te kunnen berekenen, moeten we kunnen beschikken over de helderheid op elk willekeurig punt aan de hemel bij elke stand van de zon. De meting geeft echter maar de waarde op 1000 losse punten, wat dus betekent dat we moeten interpoleren.

De helderheid van de hemel is altijd symmetrisch ten opzichte van de grootcirkel door de zon en loodrecht op de horizon. Het ligt daarom voor de hand om de helderheidsverdeling te beschrijven als een functie van drie variabelen, te weten de afstand in azimuth tot de zon, de hoogte boven de horizon, en de hoogte van de zon boven de horizon (Omdat de zon er in het algemeen onder zal staan, is deze grootte meestal negatief). De metingen te Maryland zijn ook op die manier gegeven, voor 8 zonshoogten van 5 tot -15 graden, en voor elk vijf waarden van hoogte en azimuthverschil. Daaraan toegevoegd is de helderheidsverdeling voor de nachtelijke hemel, voor een zonshoogte van -18 graden. Uit de getabelleerde waarden blijkt dat bij één stand van de zon de helderheid min of meer lineair verloopt met de positie over de hemel. Gaan we echter de hoogte van de zon variëren, dan blijkt de helderheid van de hemel exponentieel te veranderen. Hier verloopt de logaritme van de hemelhelderheid dus ongeveer lineair. Om dus een waarde voor de hemelhelderheid te krijgen voor willekeurige plaats en tijd, maken we een lineaire interpolatie in plaats aan de hemel, en een logaritmische interpolatie in de hoogte van de zon. Omdat de hemelhelderheid zo sterk verloopt met de hoogte van de zon hoeft zeker aan de interpolatie in azimuth en hoogte van de ster weinig eisen te worden gesteld. Daarentegen is de snelheid van de interpolatie wel belangrijk: Hij zal bij één enkele voorspelling van een heliakische opkomst gauw een paar honderd maal moeten worden uitgevoerd. Daarom is

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

gekozen voor een (multi)lineaire interpolatie, waarbij alleen de meest nabije roosterpunten worden beschouwd (Acht punten, in het geval van drie dimensies).

### § 2.3 Betrouwbaarheid

De helderheid van de hemel is bepaald geen toonbeeld van regelmatigheid, of zoals natuurliefhebbers zeggen: Geen twee zonsondergangen zijn hetzelfde. Ook van plaats tot plaats kunnen systematische verschillen optreden, tengevolge van verschil in hoogte, maar ook door meer of minder stof of vocht in de lucht. Het gehalte aan stof en water in de atmosfeer kan ook in de tijd vrij sterk variëren en daardoor kan de hemelhelderheid dicht bij de horizon en in de buurt van de zon behoorlijk afwijken. Ook het omringende landschap is van invloed op de helderheid dicht bij de horizon. Grote sneeuw- of zandvlakten kunnen daardoor ook aanleiding geven tot een afwijkende helderheidsverdeling. Deze factoren beïnvloeden hoofdzakelijk de hemelhelderheid in de vroege schemering, maar door onder meer vulkaanuitbarstingen en kernproeven kan er ook stof in de stratosfeer belanden, waardoor de hemelhelderheid ook dieper in de schemering hoger kan worden. Omdat de helderheid echter zo sterk afhangt van de hoogte van de zon, zal zelfs een belangrijk verschil in de totale helderheid van de hemel uiteindelijk niet zo'n grote invloed hebben op de berekende heliakische opkomstdatum. Zo geeft een factor twee in de hemelhelderheid in de meeste gevallen maar een verschil van één dag in de heliakische opkomst.

### § 3.0 Het oog

In het menselijk oog bevinden zich lichtgevoelige cellen, die afhankelijk van de ontvangen hoeveelheid licht zenuwpulsen uitzenden naar de hersenen. Het licht van een ster, dat een parallelle bundel vormt, wordt door de ooglenzen afgebeeld op één cel van de retina. Behalve licht van de ster ontvangt deze cel ook licht van de hemelachtergrond uit de omgeving van de ster. Wanneer de hoeveelheid licht die van de hemel wordt ontvangen veel groter wordt dan wat van de ster wordt ontvangen, wordt het op zeker moment onmogelijk om uit de waargenomen hoeveelheid

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

licht te bepalen of de ster nog wel aanwezig is. Zodra dit het geval is noemen we een ster onzichtbaar. Het tijdstip van heliakische opkomst is dus volledig afhankelijk van de karakteristiek van het oog. Daarom is een model van het oog onmisbaar in de berekening van heliakische opkomsten.

In het oog komen twee soorten lichtgevoelige cellen voor, kegeltjes en staafjes. De kegeltjes zijn gevoelig voor kleur en komen met een hoge dichtheid voor in het centrum van het gezichtsveld, wat een beeldhoek van slechts anderhalve graad beslaat. Dit kleine gebied gebruiken we normaal om mee te kijken en is het enige gebied van het gezichtsveld waar we echt scherp mee kunnen zien, hoewel we via de werking van de hersenen de indruk krijgen over een grote ruimtehoek scherp te zien. Ook buiten het oogcentrum oog komen trouwens kegeltjes voor maar met een lagere dichtheid. In dit oogcentrum bedraagt het oplossend vermogen 1'. De staafjes zijn niet gevoelig voor kleur, maar zijn wel veel lichtgevoeliger dan de kegeltjes. De staafjes zijn ook in het hele oog te vinden, maar in tegenstelling tot de kegeltjes komen ze niet voor in het oogcentrum. In de respons van het oog zal het effect van deze twee verschillende cellen duidelijk blijken.

### § 3.1 Experimentele bepaling van de gevoeligheid van het oog

Voor de gevoeligheid van het oog maken we gebruik van gegevens gepubliceerd door H.R. Blackwell, die een uitgebreid onderzoek heeft gedaan naar de gevoeligheid van het oog<sup>[4]</sup>. Het experiment laat zich als volgt beknopt omschrijven:

Een aantal jongedames werden opgesteld aan de korte zijde van een langwerpige ruimte, met op de tegenoverliggende zijde een projectiescherm, waarop de verschillende stimuli werden afgebeeld. De wanden van de ruimte waren steeds zo verlicht dat het projectiescherm het helderste deel van de ruimte vormde, maar toch de hele ruimte ongeveer egaal verlicht was. Op het projectiescherm werd vervolgens op één van acht mogelijke posities een afwijkende helderheid aangebracht. De dames moesten vervolgens een keuze maken tussen deze acht posities. Dit experiment werd herhaald voor allerlei waarden van de achtergrondverlichting, contrast tussen achtergrond en object, en afmeting van het object.

Van al deze metingen gebruiken wij maar een klein gedeelte, namelijk alleen die metingen waarbij het object helderder was dan

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

de voorgrond, en waarbij het object de kleinste afmeting had, onoplosbaar voor het menselijk oog. Bij deze experimenten bleek allereerst dat er geen scherpe grens bestaat tussen het wel en niet zichtbaar zijn van een object. Er blijkt een vrij groot gebied te bestaan waarin de waarnemer, hoewel hij de stimulus niet met zekerheid kan zien, toch een grotere kans dan normaal blijkt te hebben om de juiste positie aan te wijzen. Men kan dan voor elke combinatie van voor- en achtergrond de kans op zichtbaarheid bepalen. Door die combinaties te kiezen waarvan de kans op waarneming 50% bedroeg (gecorrigeerd voor 'toevalstreffers'), vinden we de vereiste lichtsterkte van het voorgrondobject om nog net zichtbaar te zijn tegen een achtergrond van willekeurige oppervlaktehelderheid. De ervaring van de waarnemers leert echter dat men pas echt de indruk had een stimulus echt te zien, wanneer het voorgrondobject een zichtbaarheidskans van 90% had. Uit het experiment blijkt dat de lichtsterkte van het voorgrondobject daarvoor 1.62 keer zo groot moet zijn als voor 50% zichtbaarheid. Het niveau waarop een object zonder moeite te zien is, wordt ongeveer bij 98% zichtbaarheid bereikt, waarvoor de lichtsterkte 2 maal zo groot dient te worden genomen. In magnitudes uitgedrukt bedragen deze correcties respectievelijk ongeveer 0.5 en 0.75. Welk niveau gekozen dient te worden voor heliakische opkomsten is afhankelijk van de methode waarop de waarneming plaatsvindt, maar 90% lijkt in het algemeen een redelijke keuze. Verder bleek er in het experiment een vrij grote spreiding in de individuele gevoeligheden te zitten. De grootste afwijking met de gemiddelde gevoeligheid bedraagt ongeveer 0.5 magnitude.

Het is interessant om op te merken dat voor heldere en zwakke sterren verschillende kijktechnieken gebruikt dienen te worden om het beste resultaat te krijgen. Bij grote helderheid leveren de kegeltjes in het oogcentrum het beste resultaat. Om de ster te zien dient men er dus recht naar te kijken, zoals iedereen al gewend is. Dit staat bekend als fotopische waarneming. Met de staafjes is het echter anders gesteld, omdat deze zich niet in het oogcentrum bevinden. Daardoor hebben we een kleine blinde plek voor zwak licht op de plaats waarmee we gewend zijn te kijken. Dit betekent dat als we een ster willen zien die te weinig licht geeft om de kegeltjes te activeren, we niet recht naar deze ster moeten kijken, maar er net naast, waar zich op het corresponderende deel van de oogbol de meeste staafjes bevinden. Deze methode staat bekend als scotopische waarneming. Hoewel deze manier van kijken aanvankelijk onnatuurlijk overkomt, blijkt dat het in de praktijk zeer snel went. Ook de dames in het experiment gebruikten deze techniek snel, hoewel ze er niet van tevoren over waren geïnstrueerd. In dit verband is het ook belangrijk op te merken dat de werkelijke waarnemingen in het Blackwell experiment pas werden uitgevoerd na een soort inwerkperiode, en dat dus alle metingen van zwakke lichtbronnen inderdaad met scotopische waarneming zijn gebeurd. De vraag is natuurlijk of waarnemingen

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

in de oudheid ook op deze manier werden gedaan, omdat anders de door ons gehanteerde ooggevoeligheidskromme niet zou passen bij hun waarneemtechniek. Het lijkt echter weinig aannemelijk dat men in die tijd deze kijktechniek niet kende. Verder zouden we dan een duidelijk afwijking tussen de berekende en de waargenomen Arcus Visionis voor zwakke sterren verwachten, wat niet gevonden is.

Een ander probleem wat betrekking heeft op de waarneemmethode die in de oudheid werd gebruikt heeft betrekking op de individuele verschillen. In het model wordt de gemiddelde gevoeligheid gebruikt, wat de beste keuze lijkt wanneer de heliakische opkomst door één persoon wordt waargenomen. Wanneer men vroeger met meerdere personen heliakische opkomsten waarnam, zou dit een probleem kunnen geven: Als men de heliakische opkomst vaststelde op het moment dat de eerste persoon de ster zag, zal de gevoeligheid in het model te laag zijn, omdat deze persoon gemiddeld een hogere gevoeligheid zal hebben gehad. Wanneer men de heliakische opkomst vaststelde als iedereen de ster zag, komt dat overeen met een lagere gevoeligheid. Wanneer de heliakische opkomst op min of meer democratische wijze werd vastgesteld, zal de ooggevoeligheidskromme echter ook het juiste verloop hebben.

### § 3.2 De formule van Hecht

De resultaten van het experiment van Blackwell zijn te vinden in tabel III. Deze zijn gegeven als het contrast van 50% zichtbaarheidskans als functie van de oppervlaktehelderheid van de achtergrond. Het contrast is gedefinieerd in termen van oppervlaktehelderheid van achtergrond en stimulus:

$$C = \frac{B_s - B_b}{B_b}$$

De oppervlaktehelderheid van de stimulus is daarbij de som van de al aanwezige achtergrond en de extra toegevoegde belichting. Het contrast is dus gelijk aan de toegevoegde oppervlaktehelderheid gedeeld door de al aanwezige oppervlaktehelderheid. Blackwell gebruikt de footLambert als eenheid van oppervlaktehelderheid. Ons uiteindelijke doel is een relatie tussen oppervlaktehelderheid in candela per vierkante foot, waarin de Maryland metingen zijn uitgedrukt, en visuele magnitudes in het Johnson UVB systeem. De omrekeningsfactor tussen beide eenheden van oppervlaktehelderheid is simpel :  $\pi$  footLambert = 1 cd/ft<sup>2</sup>. In



Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

het vervolg zullen de hoofdletter B gebruiken voor eenheden in footLamberts, en de kleine letter b voor candela's per vierkante foot. Allereerst moeten we de totale helderheid van de stimulus berekenen, gecorrigeerd voor de bijdrage van de achtergrond op dezelfde plaats. Voor de totale helderheid  $i$ , uitgedrukt in footcandela, geldt:

$$i = bS$$

met  $S$  de ruimtehoek van het object met oppervlaktehelderheid  $S$ . In het experiment was de stimulus een schijfje met een schijnbare diameter  $\theta$  van  $0'.595$  (dus inderdaad kleiner dan het oplossend vermogen van het menselijk oog, dat  $1'$  bedraagt), en omdat dit een zeer kleine hoek is bedraagt de ruimtehoek  $\pi(\theta/2)^2$ . Het resultaat luidt dan:

$$i_s = b_s \pi (\theta / 2)^2 \quad \text{en} \quad i_b = b_b \pi (\theta / 2)^2$$

Wanneer we de grootheden van de extra lichtbron met een sterretje labelen, kunnen we  $i_*$  als volgt uitdrukken:

$$i_* = i_s - i_b = (b_s - b_b) \pi (\theta / 2)^2 = b_b c \pi (\theta / 2)^2$$

Dit kunnen we opvatten als de totale helderheid van een ster met 50% zichtbaarheidskans bij de bijbehorende achtergrondhelderheid. Uit de metingen van Blackwell blijkt dat we  $i$  met 1.62 moeten vermenigvuldigen om het niveau van 90% zichtbaarheid te krijgen, en met 2 om tot 98% zichtbaarheid te komen. De resulterende waarden van  $i$  zijn in tabel III terug te vinden.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

Tabel III

log B <sub>b</sub>	log b <sub>b</sub>	log C	log i, 50% vis.	log i, 90% vis.	log i, 98% vis.
(ftL)	(cd/ft <sup>2</sup> )		(ftcd)	(ftcd)	(ftcd)
3.000	2.503	-0.383	-5.509	-5.299	-5.208
2.000	1.503	-0.248	-6.374	-6.164	-6.073
1.000	0.503	-0.060	-7.186	-6.976	-6.885
0.000	-0.497	0.196	-7.930	-7.720	-7.629
-1.000	-1.497	0.607	-8.519	-8.309	-8.218
-2.000	-2.497	1.246	-8.880	-8.670	-8.579
-3.000	-3.497	2.179	-8.947	-8.737	-8.646
-4.000	-4.497	2.813	-9.313	-9.103	-9.012
-5.000	-5.497	3.397	-9.729	-9.519	-9.428

Een principiëler probleem is de conversie van deze fysische eenheden naar de visuele magnitudeschaal. Uit de definitie van de magnitude volgt dat

$$V = -2.5 \log i + C.$$

Het probleem is het bepalen van de constante C. Het is bekend dat  $V=0$  overeenkomt met een lichtbron van  $2.54 \cdot 10^{-10}$  phot<sup>[5]</sup>. 1 Footcandela is gelijk aan  $1.076 \cdot 10^{-3}$  phot, waaruit volgt dat een lichtbron van  $2.36 \cdot 10^{-7}$  footcandela een helderheid heeft die overeenkomt met magnitude 0. Dit levert onmiddellijk dat

$$C = 2.5 \log 2.36 \cdot 10^{-7} = -16.57$$

De gezochte relatie is dus

$$V = -2.5 \log i - 16.57$$

De resultaten van deze omrekening staan vermeld in tabel IV.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

Tabel IV

log b <sub>0</sub> (cd/ft <sup>2</sup> )	V <sub>lim</sub> 50%	V <sub>lim</sub> 90%	V <sub>lim</sub> 98%
2.503	-2.79	-3.32	-3.55
1.503	-0.63	-1.16	-1.38
0.503	1.40	0.87	0.65
-0.497	3.26	2.73	2.51
-1.497	4.73	4.21	3.98
-2.497	5.63	5.11	4.88
-3.497	5.80	5.28	5.05
-4.497	6.72	6.19	5.96
-5.497	7.76	7.23	7.00

Wat we nu hebben zijn de meetgegevens van Blackwell, omgerekend naar onze eenheden. Wat we nu nog nodig hebben is een kromme door deze meetpunten. Uit een grafiek van de meetpunten is al duidelijk dat de functie een vrij scherpe knik moet vertonen. Daarom lijkt interpolatie in dit geval geen goede methode. Een betere oplossing werd in 1934 aangedragen door de biofysicus S. Hecht, die de op zowel praktische en theoretische grond de volgende formule voorstelde<sup>[6]</sup>:

$$I = C [ 1 + (KB)^{\frac{1}{2}} ]^2$$

In deze formule is B de oppervlaktehelderheid van de achtergrond en I de oppervlaktehelderheid die nodig is om een afwijkend gebied daartegen zichtbaar te maken. C en K zijn nader te bepalen constanten, die ook verschillende waarden hebben voor kegeltjes en staafjes. Een bron is zichtbaar als hij óf voor kegeltjes óf voor staafjes zichtbaar is. We kunnen daarom voor beide sensoren de waarde voor I uitrekenen en daarvan de laagste waarde kiezen. Zolang de afmeting van het voorgrondobject constant is de I in deze formule op een constante gelijk aan i\*, en deze extra

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

constante kunnen we in de nog te bepalen C verwerken. Vervolgens kunnen we de Formule van Hecht omwerken naar magnituden:

$$i_* = C [ 1 + (KB)^{\frac{1}{2}} ]^2$$

$$V = 2.5 \log i_* - 16.57$$

$$= 2.5 \log C - 16.57 + 5 \log [ 1 + (KB)^{\frac{1}{2}} ]^2$$

De eerste twee termen vormen een nieuwe constante C', en het resultaat luidt dan

$$V = C' + 5 \log [ 1 + (KB)^{\frac{1}{2}} ]^2$$

De constanten C' en K kunnen uit de metingen geschat worden, gebruik makend van bijvoorbeeld het kleinste kwadraten criterium. Wanneer men dit doet vindt men de volgende resultaten:

Tabel V

	Kegeltjes		Staaftjes	
	C'	K	C'	K
50% vis.	210	8.48	3.44	5.92
90% vis.	210	7.95	3.44	5.39
98% vis.	210	7.72	3.44	5.16

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

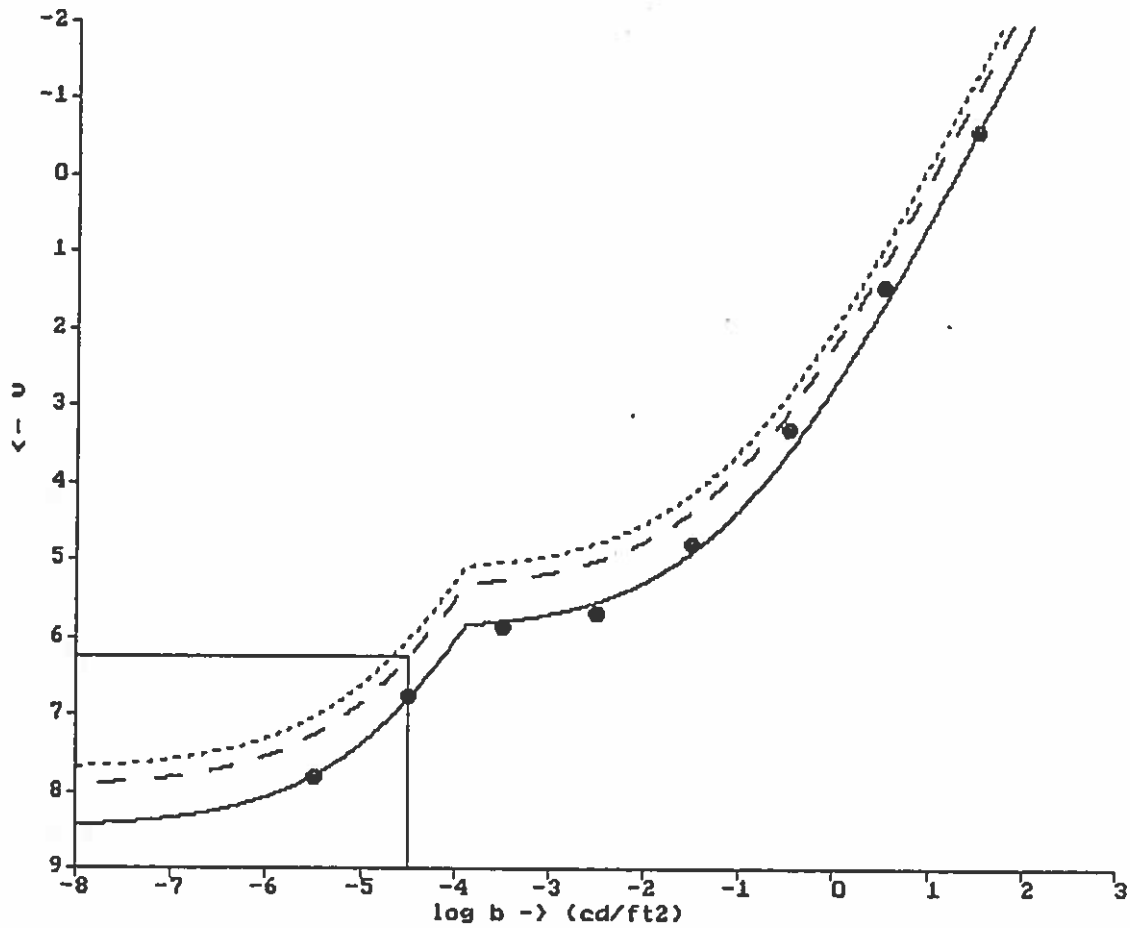


Fig. 7

De metingen van Blackwell met de curve van Hecht. De  
getrokken lijn komt overeen met 50% kans op waarneming,  
de onderbroken en gestippelde lijnen met respectievelijk  
90% en 98%.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

### § 3.3 Enkele resultaten

Uit de zo gevonden ooggevoeligheidskromme zijn direct al enige interessante conclusies te trekken over de zichtbaarheid van sterren. Zo is voor een donkere nachthemel zonder maan log b ongeveer -4.5, en dan vinden we schijnbare magnitude 6.25 als 90% zichtbaar, zoals we ongeveer zouden verwachten. De hoogste claims van waarnemingen met het blote oog zijn van ongeveer magnitude 6.9<sup>[7]</sup>, wat voor een zeer donkere nacht en een waarnemer met zeer goede ogen, en 50% zichtbaarheid misschien nog net mogelijk zou kunnen zijn. Verrassend is echter dat het oog bij deze achtergrondhelderheid nog steeds niet op zijn maximale gevoeligheid is. Het zwakke licht van andere sterren en de melkweg zijn op dat moment de belangrijkste lichtbronnen. Wanneer we deze uitschakelen door bijvoorbeeld door een diafragma naar een donker deel van de hemel te kijken, moet het goed mogelijk zijn sterren zwakker dan de 7e magnitude te zien. De formule geeft zelfs een maximale limiet van 7.95, maar nauwkeurige metingen in dit gebied zijn er niet, dus ook het verloop van de kromme in dit deel is niet volledig zeker. H.D. Curtis heeft dit soort waarnemingen aan de sterrenhemel gedaan, door twee diafragma's zo aan een telescoop te monteren, dat men kijkend door beide diafragma's precies hetzelfde deel van de hemel zag als door de zoeker van de telescoop<sup>[7]</sup>. Hij claimt daarmee sterren tot magnitude 7.4 vrij eenvoudig te kunnen zien. Het maximaal haalbare schat hij op magnitude 8.5, voor een waarnemer met zeer gevoelige ogen, een compleet zwarte achtergrond en ongeveer 50% zichtbaarheidskans. Wanneer de kromme van Hecht in de limiet inderdaad de ooggevoeligheid juist blijft beschrijven, en we daar nog eens een halve magnitude voor een goede waarnemer bij op mogen tellen, dan vinden we een absolute limiet van 8.7, en zouden de bevindingen van Curtis dus mogelijk juist kunnen zijn. In het model wordt dit deel van de kromme overigens nooit gebruikt, maar het is prettig om te weten dat er ook in het asymptotische deel redelijke getallen uit lijken te komen.

We kunnen met deze formule ook uitspraken doen over de te verwachten grensmagnitude bij andere omstandigheden, of dicht bij de horizon. De extinctie dicht bij de horizon bedraagt op goede nachten ongeveer 8 magnituden, maar kan ook al gauw het dubbele bedragen. Uitgaande van de normale grenslijmiet van schijnbare magnitude 6.25, vinden we dat alleen objecten helderder dan -1.75 op zeer goede nachten tot op de horizon zichtbaar zijn. Van alle sterren komt alleen Sirius ( $V=-1.46$ ) in de buurt van deze eis. De planeten Jupiter, Mars en Venus kunnen ook aan deze eis voldoen.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

Op nachten met maanlicht stijgt log b tot ongeveer -3, waarvoor we een grenslijmiet van schijnbare magnitude 5.17 vinden. Dicht bij de horizon bedraagt de grenslijmiet dan ongeveer -3. Ook voor de planeten wordt waarneming op de horizon dan meestal onmogelijk.

Overdag vinden we waarden voor log b van 2.36 voor slechte omstandigheden op zeeniveau, tot 1.83 voor een strak-blaauwe hemel op 3 kilometer hoogte. De grenslijmieten bedragen respectievelijk -3.23 en -1.94. Normale sterren komen hier dus niet meer in aanmerking. Nova's en Supernova's kunnen deze schijnbare helderheid echter wel halen, en ook enkele planeten zijn helder genoeg om soms overdag te worden gezien. Venus varieert tussen -3.3 en -4.3, en kan dus vaak na zonsopkomst of voor zonsondergang worden waargenomen. Mars varieert tussen -1.1 en -2.8, en kan dus soms bij goede omstandigheden een deel van de dag worden gezien. Jupiter tenslotte zit tussen magnitude -1.4 en -2.5, en daarvoor geldt hetzelfde als voor Mars. Voor Jupiter én Mars geldt dus wel dat ze dicht bij hun oppositie moeten bevinden en dat de extinctie laag moet zijn.

Om een object overdag tot op de horizon te kunnen volgen is een helderheid van minstens -10 nodig.

### § 3.4 Restricties

Het oog is een veel complexer systeem dan een eenvoudige fysische detector, en het is dan ook potentieel gevaarlijk om het oog te representeren door een eenvoudige functie. Het is daarom noodzakelijk om voortdurend te controleren of de omstandigheden waaronder het oog in het laboratorium is gemeten goed overeenstemmen met de omstandigheden waarin we deze metingen willen toepassen. De volgende mogelijke bezwaren doen zich voor:

1. Vooral bij de horizon is de seeing meestal slecht, waardoor de ster gaat fonkelen, terwijl de lichtbron in het laboratorium met constante helderheid scheen. Tijdens de snelle maxima in de helderheid is de kans groter op detectie groter, waardoor de ster dus sneller te zien zal zijn. Het oog bevat bovendien zenuwcircuits die bewegingen en veranderingen kunnen detecteren, waardoor een variërende lichtbron makkelijker te vinden is dan een constante.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

2. In het laboratorium had de directe omgeving van de 'ster' de hoogste oppervlaktehelderheid van de omgeving. Aan de sterrenhemel zal dat in het algemeen niet het geval zijn, zodat de grenslijm berekend met de hemelhelderheid ter plaatse van de ster te optimistisch kan zijn. Ook van dit effect bestaan echter geen metingen.

3. De lichtbron in het laboratorium had een kleurtemperatuur van 2830 graden Celsius, en was daarmee koeler dan de meeste zichtbare sterren. Het effect van kleuren is in dit model buiten beschouwing gelaten, maar zou toch belangrijk kunnen zijn. De gezamenlijke sterren bezitten een breed scala van spectraaltypen of kleurtemperaturen. Daarbij komt de gevoeligheidscurve van het menselijk oog niet volledig overeen met het V filter van het Johnson UBV systeem, zodat een correctie nodig zou zijn, evenredig met de B-V van de ster. Dit wordt echter nog gecompliceerder, omdat de gevoeligheidskrommes van kegeltjes een staafjes niet gelijk zijn. Hierdoor verschuift de gevoeligheidskromme van het oog voor lage lichtniveaus naar het blauw (het Purkinje effect). Verder zou in een model met kleur ook de atmosferische verrooding in beschouwing moeten worden genomen.



Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

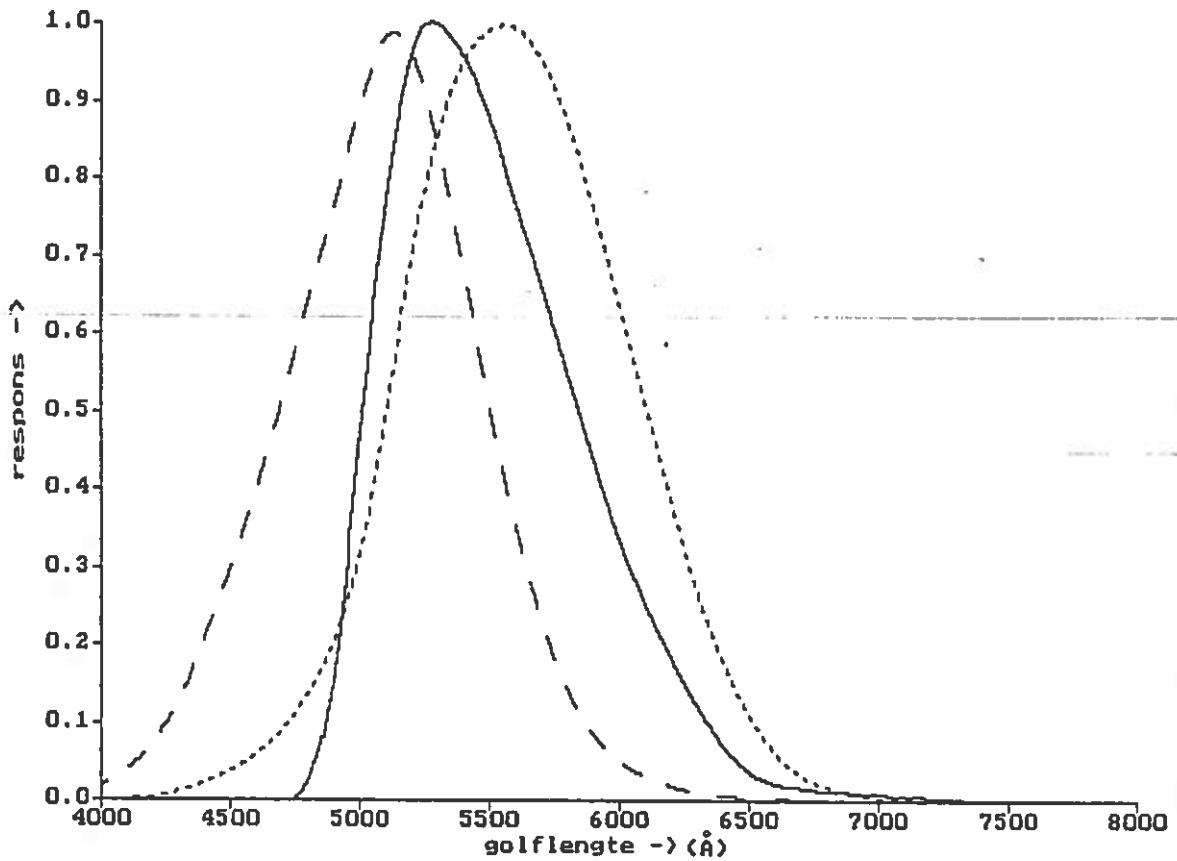


Fig. 8

Responsfuncties van staafjes (onderbroken), kegeltjes (gestippeld) en de Johnson V-band (getrokken).

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

Of de bovenstaande effecten belangrijk zijn valt door het ontbreken van exacte gegevens hoogstens aan het eindresultaat te zien. Maar ook nu geldt nog hetzelfde probleem als uit de tijd van Ptolemaeus, namelijk het ontbreken van voldoende vergelijkingsmateriaal. De gegevens die de Babyloniërs hebben overgeleverd vormen samen met de gegevens die Ptolemaeus levert in boek II van de Phaseis het enige direkte waarnemingssmateriaal waarover ik heb kunnen beschikken. Van beide bronnen is de herkomst van de data niet helemaal duidelijk. Dat de resultaten vrij goed overeenkomen terwijl er geen afhankelijkheid bestaat tussen deze bronnen en het nieuwe model doet echter toch vermoeden dat het model geen zware hiaten vertoont. Ook bestaat er een goede overeenkomst met moderne bepalingen van de Arcus Visionis als functie van de magnitude en de uitkomsten van het model (zie bv [1]), en lijkt de waargenomen Arcus Visionis niet af te hangen van het spectraaltipe van de ster.

### § 4.0 Extinctie en refractie

De atmosfeer van de aarde speelt een belangrijke rol bij heliakische opkomsten. Behalve dat verstrooiing van zonlicht de oorzaak is van de heldere achtergrond van de hemel, wordt ook het sterlicht door de atmosfeer beïnvloed. Ten eerste wordt het sterlicht in de atmosfeer afgebogen, doordat de effectieve lichtsnelheid afhangt van de luchtdruk, die weer een functie is van de hoogte. Omdat de lichtsnelheid naar beneden toe afneemt, wordt het sterlicht gebroken naar de normaal toe, met een hoek die afhangt van de hoogte van de ster boven de horizon. De breking is nul in het zenit, en loopt op tot ruim een halve graad bij de horizon. Sterren die dus schijnbaar op de horizon staan, hebben een werkelijke hoogte van minus een halve graad. Deze refractie is nauwelijks variabel in de tijd. Van de refractie zijn goede metingen bekend tot op de horizon, waarvan we dus ook gebruik zullen maken<sup>[8]</sup>. De gebruikte gegevens gelden exact voor 10°C en 760 mm Hg, maar de afwijkingen voor andere condities zijn voor onze doeleinden verwaarloosbaar.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

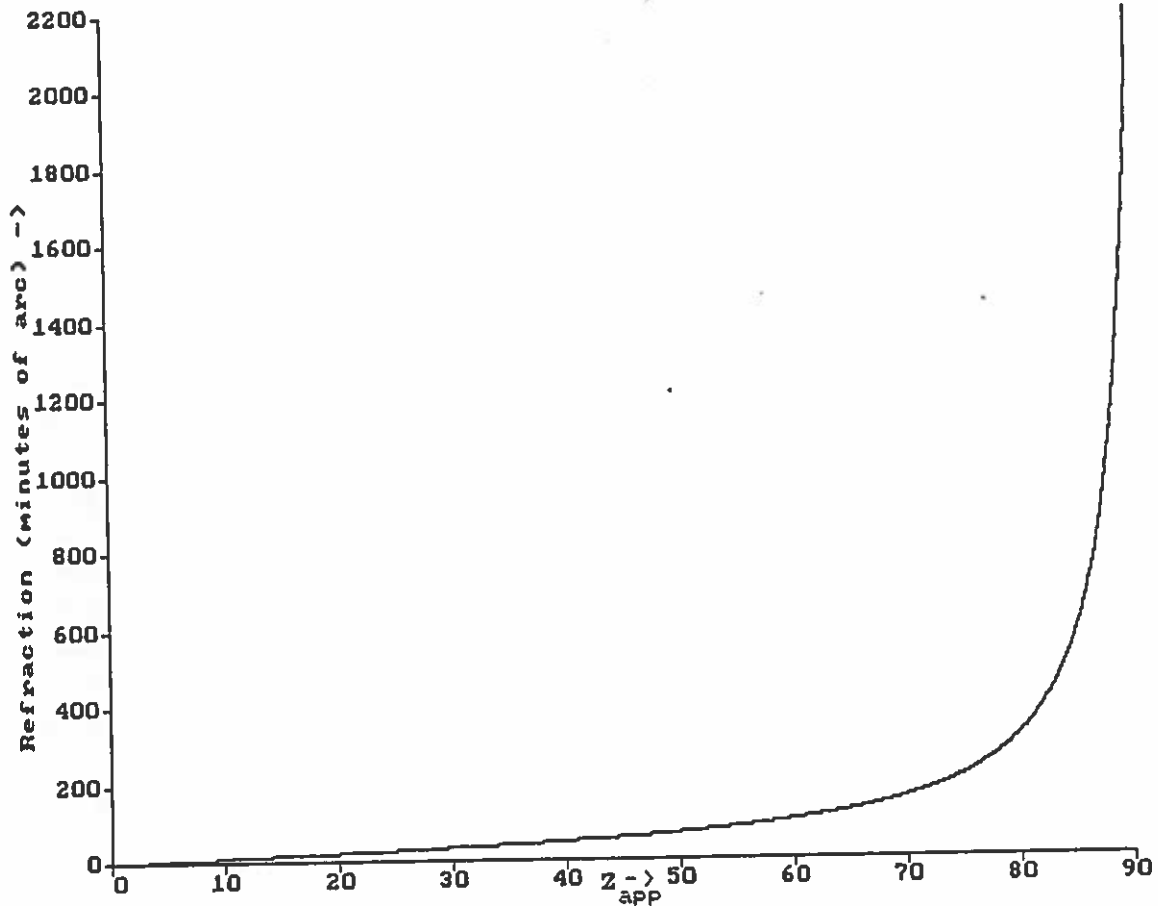


Fig. 9

Refractie als functie van de zenitsafstand.

Een lastiger effect is de extinctie. De extinctie is net als de refractie een functie van de hoogte, maar varieert ook nog eens vrij sterk met de tijd. Daarom wordt de extinctie in de praktijk beschreven als het produkt van een zuiver ruimtelijke functie, de airmass  $X$  genoemd, en een parameter die alleen van de tijd afhangt, de extinctie coefficient  $k$ , die gelijk is aan de extinctie in magnituden in het zenit. De airmass geeft de kolomdichtheid in de betreffende richting aan de hemel gedeeld door de kolomdichtheid in het zenit. Het produkt  $kX$  is dan gelijk aan de extinctie in magnituden voor de richting met airmass  $X$ . De

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

extinctie coefficient zullen we in de meeste gevallen moeten schatten. Typische waarden lopen van 0.15 voor goede omstandigheden in de bergen, 0.20 voor goede omstandigheden op zeeniveau, tot 0.40 of hoger voor minder goede condities op zeeniveau. De airmass hangt alleen af van de hoogte en bedraagt natuurlijk 1.00 in het zenit. Aanvankelijk neemt hij daarna toe als  $\sec z$  met de zenitsafstand  $z$ , wat de analytische oplossing is voor een vlakke atmosfeer. Dicht bij de horizon wordt de kromming van de aarde echter belangrijk en begint de airmass minder stijl op te lopen dan deze functie. Op de horizon bedraagt de airmass ongeveer 40. Voor deze airmass gebruiken we de formule van Rozenberg<sup>[9]</sup>:

$$X = 1 / (\cos z + 0.025 e^{-11 \cos z} )$$

Deze formule is een fit aan de tabellen van Bemporad<sup>[10]</sup>, en is tot zeer dicht boven de horizon te gebruiken. Vlak bij de horizon kan ook de werkelijke airmass afwijken van de normale waarde, omdat we daar over grote afstanden door de atmosfeer kijken, waar andere atmosferische condities kunnen voorkomen. Hierdoor kunnen de eisen die aan deze formule worden gesteld zo dicht boven de horizon ook niet zo hoog meer zijn.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

Tabel VI

De Airmassfunctie

Schijnbare hoogte	Bemporad	Rozenberg' formule
0°	38	40
0°.49	32	32
1°	26.96	26.26
2°	19.79	19.26
3°	15.36	15.06
4°	12.44	12.29
5°	10.40	10.34
6°	8.900	8.932
7°	7.768	7.787
8°	6.884	6.917
9°	6.177	6.215
10°	5.600	5.639
15°	3.864	3.842
20°	2.904	2.919
25°	2.366	2.365
30°	1.995	2.000
40°	1.553	1.556
50°	1.304	1.305
60°	1.154	1.155
70°	1.064	1.064
80°	1.015	1.015
90°	1.000	1.000

§ 4.1 Afwijkingen in extinctie en refractie

De gebruikte formules geven een goede beschrijving voor het gemiddelde effect voor een rustige atmosfeer. Wanneer de opbouw van de atmosfeer op één of andere manier afwijkt kunnen de formules hun geldigheid verliezen. Daarbij moet vooral worden gedacht aan inversies, vrij scherpe overgangen tussen twee luchtlagen van verschillende temperatuur. Voor de refractie heeft een inversie vrij weinig invloed behalve dicht bij de horizon, waar de breking zo groot kan worden dat reflectie op de luchtlaag

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

optreedt en zich een luchtspiegeling voordoet. De sterrenhemel valt dan dus pas te zien boven de kritische invalshoek boven de horizon. Bovendien vermengen de twee luchtlagen zich meestal nauwelijks, waardoor stof en vocht van de grond onder de inversie blijft hangen. Omdat de inversiehoogte in het algemeen enige honderden meters is, is de kromming van de aarde voor deze laag verwaarloosbaar en zal de extra extinctie voor de onderste luchtmassa verlopen als  $\sec z$ . Voor kleine waarden van  $z$  lijkt dat verloop sterk op het normale verloop, en zal deze stoflaag dus alleen de extinctie coëfficiënt verhogen. Dicht bij de horizon wordt de extinctie nu in theorie echter oneindig groot, waardoor ook weer niet waarneembare zone aan de hemel ontstaat. Inversies hebben echter een vrij korte levensduur, en na het verdwijnen van de inversie herstelt de normale situatie zich vrij snel. Wanneer inversies dus geen vast onderdeel van het dagelijkse weersverloop uitmaken zal men dagen waarop dit zich wel voordoet als onbruikbaar afschrijven en niet als waarneming beschouwen. Wanneer het bekend is dat zich op een bepaalde plaats dagelijks een inversie voordoet zal men een ander airmassfunctie moeten kiezen. Het is trouwens ook mogelijk het verloop van de airmass te berekenen uit de opbouw van de atmosfeer, verkregen door waarnemingen van meteorologische stations, weer- en stratosfeerballonnen en satellieten. De op deze manier berekende airmassfunctie voor de US Standard Atmosphere komen binnen enkele procenten overeen met de door ons gebruikte formule van Rozenberg.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

### § 4.2 Restricties

Bij het maken van het model zijn we uitgegaan van het waarnemen van een puntbron op zeeniveau. Voor de meeste gevallen zullen deze restricties geen probleem vormen. Wanneer men het model wil toepassen op gevallen die hier niet aan voldoen, bijvoorbeeld de eerste zichtbaarheid van de maan, wat een belangrijk probleem is voor de Islamitische kalender<sup>[11]</sup>, kan het nodig zijn veranderingen in het model aan te brengen. De hoogte van de waarneming heeft maar weinig invloed op de heliakische opkomst. Er kan echter eventueel nog voor hoogte worden gecorrigeerd, door gebruik te maken van de helderheidsmetingen te Sacramento Peak, op 2800 meter boven zeeniveau, die gegeven wordt in hetzelfde artikel<sup>[2]</sup> als de metingen te Maryland. Door tussen deze twee te interpoleren kan men dan een functie voor de hemelhelderheid construeren die ook van de hoogte afhangt. De refractie kan voor hoogte gecorrigeerd worden met bekende tabellen voor correctie voor luchtdruk<sup>[8]</sup>. De extinctiekromme blijft goed geldig.

Wanneer men het model wil gebruiken op objecten die opgelost zijn voor het menselijk oog, dan wordt de situatie echter lastiger. De beste methode om dit aan te pakken zal waarschijnlijk zijn om terug te gaan naar de metingen van Blackwell voor een voorwerp met ongeveer dezelfde afmeting, en daarvoor een nieuwe ooggevoeligheidskromme te berekenen. Omdat alle metingen van Blackwell echter betrekking hadden op schijfvormige lichtbronnen, lukt dit niet voor de maan, die rond de eerste en laatste zichtbaarheid slechts als een smalle sikkels zichtbaar is.

### § 5.0 Het berekenen van de heliakische opkomst-datum

We beschikken nu over een methode waarmee op elk gewenst tijdstip het al of niet zichtbaar zijn van een ster kan worden uitgerekend. Om hiermee de datum te vinden waarop de heliakische opkomst plaatsvindt moeten we met deze methode zoeken naar die datum waarvoor geldt dat:

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

1. De betreffende ster niet zichtbaar is tussen steropkomst en zonsopkomst op de voorafgaande dag.
2. De betreffende ster op de dag zelf wel zichtbaar is in hetzelfde tijdinterval.

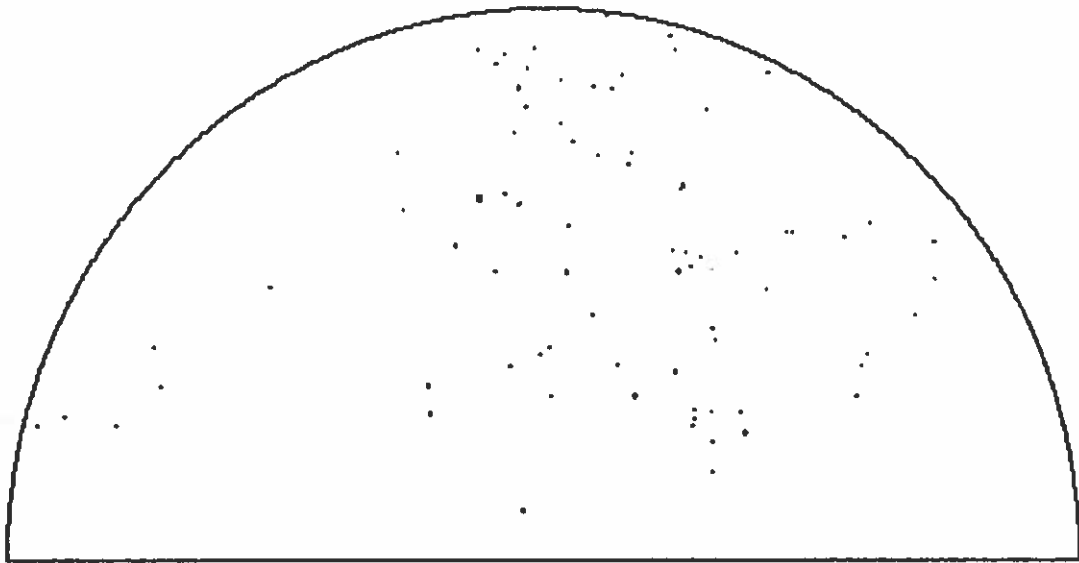
Hieruit blijkt dat we het zoeken kunnen beperken tot een relatief kleine periode van de dag. Om vast te stellen of een ster al of niet zichtbaar is gedurende een dergelijk tijdsinterval wordt de zichtbaarheid hierbinnen uitgerekend voor een reeks tijdstippen die het interval volledig overdekken en maximaal een minuut uiteen liggen. Het is dus mogelijk dat een eerste zichtbaarheid met een duur van minder dan één minuut wordt gemist. De duur van de zichtbaarheidsperiode neemt echter de eerste dagen snel toe, zodat het uiteindelijke resultaat dan slechts één dag later zal vallen. Bovendien zal de kans op waarneming van een dergelijke korte zichtbaarheid ook klein zijn. Het is natuurlijk ook mogelijk om voor een kleinere tijdsduur te kiezen, maar dit kost natuurlijk wel extra rekentijd.

Om de juiste datum te vinden moeten we allereerst beschikken over een uitgangsdatum. Het is duidelijk dat de heliakische opkomst plaatsvindt na de datum waarop de ster tegelijk opkomt met de zon. Deze datum kan langs direkte weg worden berekend, en daarbij kan een datum worden gekozen in het jaartal waarin men is geïnteresseerd. Hoewel het nu mogelijk is de heliakische opkomst te vinden door alle volgende dagen af te zoeken op zichtbaarheid van de ster, is deze methode toch niet erg aantrekkelijk vanwege het grote aantal berekeningen dat ermee is gemoeid, vooral bij zwakkere sterren. Het kost namelijk veel meer moeite om te bewijzen dat een ster op een bepaalde datum niet zichtbaar is, dan om te bewijzen dat het wel het geval is. In het eerste geval moet namelijk de hele periode van steropkomst tot zonsopkomst worden afgezocht op zichtbaarheid, terwijl één gevonden tijdstip waarop de ster wel zichtbaar is al bewijst dat een ster op die datum ook zichtbaar is. Om hiervan gebruik te kunnen maken is het echter nodig om ook een bovengrens aan de heliakische datum te kunnen stellen. Hiervoor kiezen we de datum waarop de rechte klimming van ster en zon precies 180 graden verschillen, zodat de ster zijn hoogste punt boven de horizon bereikt op het moment dat de zon op zijn laagste punt onder de horizon staat. Wanneer de ster zelfs op deze datum niet zichtbaar is, zal hij dat waarschijnlijk nooit zijn. In zeer speciale gevallen kan men echter terugvallen op het eerste algoritme. Wanneer de ster op deze datum wel zichtbaar is, weten we nu dat de heliakische opkomst plaatsvindt na de eerst bepaalde datum, waarop de ster zeker niet zichtbaar is, en ten hoogste op de laatst bepaalde datum. Door nu een nieuwe datum te kiezen ergens tussen beide data in en op deze datum de zichtbaarheid te onderzoeken, kunnen we het mogelijke interval verkleinen. Door dit procedé te herhalen tot beide data



Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

op elkaar volgen, vinden we tenslotte de heliakische opkomstdatum: De laatste datum van beiden voldoet dan immers aan de bovenaan gestelde eisen. Tenslotte kan de gevonden datum dan nog worden afgezocht om het exacte tijdstip van allereerste zichtbaarheid te bepalen.

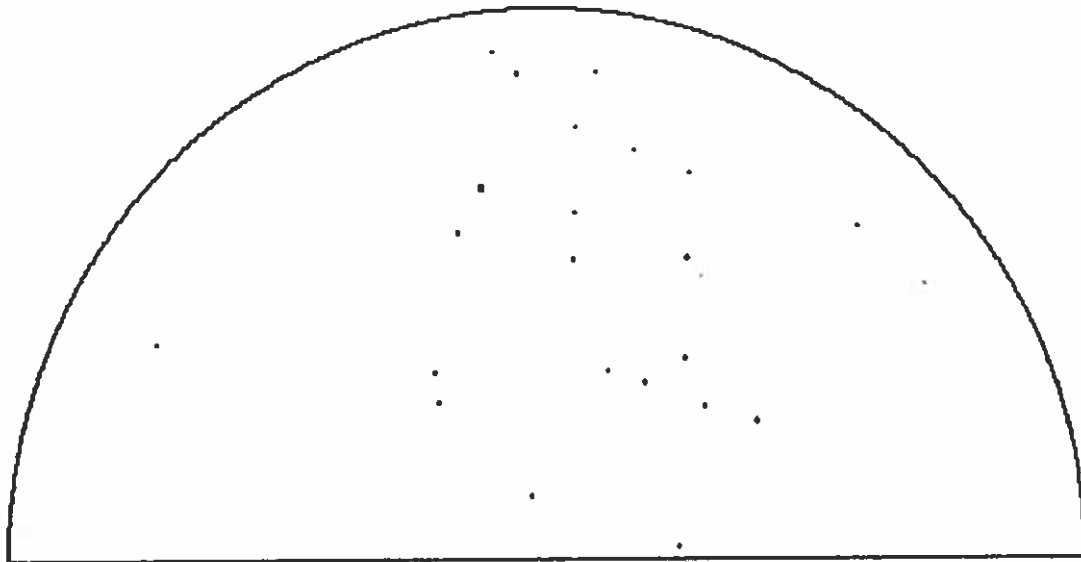


NB : 30 20' 0"	Horizon coördinaten	Projectie centrum :
OL : 60 0' 0"		Azimuth : 270
Datum : 15/ 7/-1501	"Halve bol"	Hoogte : 0
LI : 4:20:00	Positie zon :	Bereik : 180
UT : 0:20:00	Azimuth : 237.48	k=0.20
ST : 22:55:05	Hoogte : -6.72	

Fig. 10

Een voorbeeld van een Heliakische opkomst. Sirius is op dit tijdstip niet zichtbaar.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten



NB : 30 20' 0"  
OL : 60 0' 0"

Horizon coördinaten

Projectie centrum :  
Azimuth : 270  
Hoogte : 0

Datum : 15/ 7/-1501  
LI : 4:30:00  
UT : 0:30:00  
ST : 23:05:06

"Halve bol"

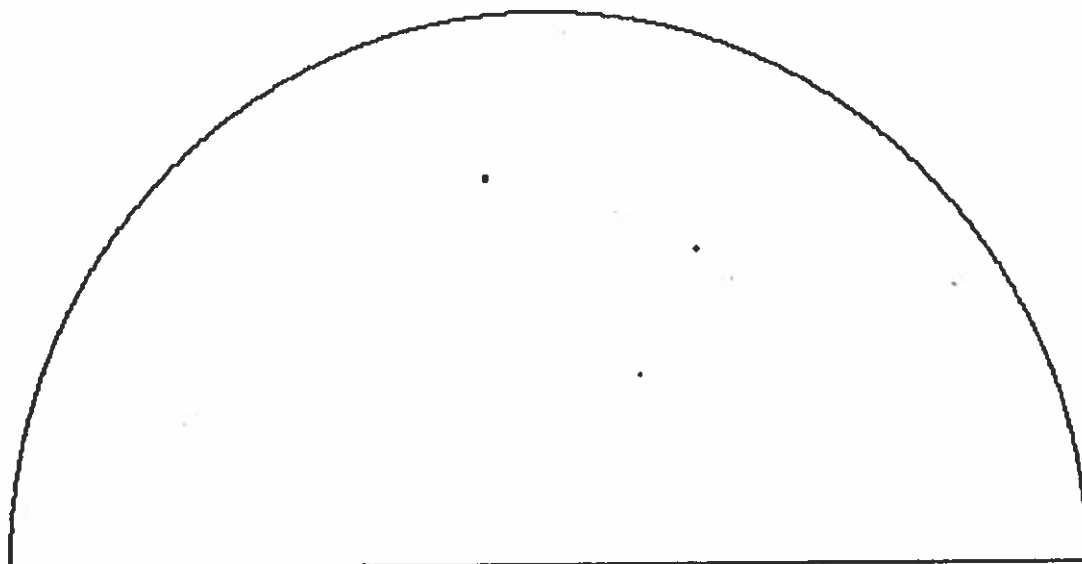
Positie zon :  
Azimuth : 238.86  
Hoogte : -4.89

Bereik : 180  
k=0.20

Fig. 11

Tien minuten later verschijnt Sirius laag boven de  
Oostelijke horizon.

Toepassingen: De Phaseis en MUL.APIN



NB : 30 20' 0"	Horizon coördinaten	Projectie centrum :
OL : 60 0' 0"		Azimuth : 270
Datum : 15/ 7/-1501	"Halve bol"	Hoogte : 0
LI : 4:40:00	Positie zon :	Bereik : 180
UT : 0:40:00	Azimuth : 240.20	k=0.20
SI : 23:15:00	Hoogte : -3.03	

Fig. 12

Weer tien minuten verder wordt Sirius overstraald door het licht van de opkomende zon.

Bibliografie bij Hoofdstuk II

- [1] R.D. Purington: "Heliacal Rising and Setting: Quantitative Aspects", *Archeoastronomy* 12 (Journ. for the History of Astronomy, suppl. to Vol. 19), S72 (1988).

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

- [2] M.J. Koomen et al.: "Measurements of the Brightness of the Twilight Sky", JOSA 42, 353 (1952).
- [3] E.O. Hulburt: "Night Sky Brightness Measurements in Latitudes below 45°", Journ of the Optical Society of America (JOSA) 39, 211 (1949).
- [4] H.R. Blackwell: "Contrast Thresholds of then Human Eye", JOSA 36, 624 (1946).
- [5] C.W. Allen: "Astrophysical Quantities", 3rd ed., Athlone Press, London, 1973.
- [6] S. Hecht: "Letter to the Editor", JOSA 37, 59 (1947).
- [7] H.F. Weaver: "The Visibility of Stars without Optical Aid", Pub. Ast. Soc. Pac. 59, 232 (1947).
- [8] Landolt, Börnstein: "Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology", Springer, Berlin, 1965.
- [9] G.V. Rozenberg: "Twilight: A Study in Atmospheric Optics", New York, 1966.
- [10] E. Schoenberg: "Handbuch der Astrophysik", Springer, Berlin, 1929.
- [11] B.E. Schaefer: "Visibility of the Lunar Crescent", Q. Jl. Roy. Astr. Soc. 29, 511 (1988).
- [12] B.E. Schaefer: "Predicting Heliacal Risings and Settings", Sky & Telescope 70, 261 (1985).
- [13] R.G. Roossen: "The Light of the Night Sky", Sky & Telescope 47, 231 (1974).
- [14] R. Tousey, E.O. Hulburt: "The Visibility of Stars in the Daylight Sky", JOSA 38, 886 (1948).
- [15] H.C. van de Hulst: "Multiple Light Scattering, Tables, Formulas and Applications vol II", Academic Press, New York, 1980.
- [16] W.H. Press et al: "Numerical Recipes", Cambridge Univ. Pr., 1986.

### HOOFDSTUK III

#### TOEPASSINGEN: DE PHASEIS EN MUL.APIN

Het in de vorige deel beschreven computermodel werd toegepast op twee overgeleverde verzamelingen van waarnemingen. De eerste betreft een verhandeling van Ptolemaeus, de 'Phaseis'[1], waarin hij een tabel geeft van heliakische data voor 30 sterren voor vijf plaatsen op Aarde. Het is echter niet goed bekend hoe hij deze gegevens heeft verkregen. Het is daarom interessant deze data te vergelijken met de data die door berekening zijn verkregen, en daarmee mogelijk iets te zeggen over de herkomst van de gegevens.

Het tweede geschrift is de kleitabletten serie 'MUL.APIN', waarin een lijst wordt gegeven van intervallen tussen achtereenvolgende heliakische opkomstdata van 36 sterren[2]. Van deze lijst is het mogelijk de epoche, extinctie coëfficiënt en geografische breedte van de waarneming te bepalen.

#### § 1.0 Phaseis

Van dit werk van Ptolemaeus is helaas alleen boek II bewaard gebleven. Dit deel bevat onder meer een lijst met de data van heliakische opkomst en ondergang en kosmische opkomst en ondergang voor 30 sterren voor 5 climata<sup>2</sup>, samen met weersvoorspellingen die met deze opkomsten en ondergangen verband zouden houden. Omdat het eerste boek van dit werk verloren is gegaan is het niet duidelijk hoe Ptolemaeus deze lijst met data heeft samengesteld. Wel wordt uit het epiloog duidelijk dat gebruik is gemaakt van waarnemingen van een tiental andere waarnemers, waaronder Hipparchus en Eudoxus. Elke waarnemer levert daarbij gegevens voor één bepaalde clima.

---

2. Voor clima (mv climata) kan hier zonder probleem 'breedtegraad' worden gelezen. Zie bv [5] voor meer informatie.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

Dit roept dadelijk een paar vragen op. Ten eerste lijkt het onmogelijk om uit een dergelijke gemengde groep van waarnemers een complete lijst te produceren. Ptolemaeus moet dus de ontbrekende data hebben toegevoegd, of door zelf waarnemingen te verrichten, of door de ontbrekende data te berekenen met zijn Arcus Visionis methode. Omdat een groot deel van de door hem genoemde waarnemers zelfs voor hem al enige honderden jaren geleden leefden, moet hij bovendien de door hen geleverde data voor processie gecorrigeerd hebben. Hierbij waren dus zeker dergelijke berekeningen nodig.

Dat Ptolemaeus alle ontbrekende data zelf met waarnemingen heeft aangevuld lijkt niet erg waarschijnlijk, aangezien hem dat zonder twijfel vele jaren zou hebben gekost. Ook het numeriek trigonometrisch omrekenen naar andere epoches en breedtegraden is nog steeds een enorm karwei. Een veel snellere maar minder nauwkeurige methode die in die tijd waarschijnlijk vrij algemeen was, is om de berekeningen langs mechanische weg uit te voeren met behulp van een globe. Ptolemaeus geeft bijvoorbeeld in de Almagest een volledige beschrijving van de constructie van een dergelijke globe.

H. Vogt heeft uitgaande van de door Ptolemaeus opgegeven data voor elke waarneming de bijbehorende Arcus Visionis uitgerekend<sup>[3]</sup>. Door deze statistisch te analyseren komt hij tot de conclusie dat de meeste waarnemingen moeten zijn gedaan in climata III en IV, en dat de minste waarnemingen zijn gedaan in climata II en VI. Clima V ligt hier tussen in.

Met ons model is het mogelijk om alle door Ptolemaeus vermelde heliakische opkomsten uit te rekenen. De op die manier uitgerekende Arcus Visionis kan dan vergeleken worden met de door Vogt berekende waarden. Uit de verschillen kan dan mogelijk per ster of per breedte iets gezegd worden over de herkomst van de gegevens.

### § 1.1 Kosmische opkomst en ondergang

Het berekenen van de data van de kosmische opkomsten en ondergangen is in eerste instantie een probleem, omdat volledig onbekend is langs welke weg men de datum van kosmische opkomst vaststelde. Wel is bekend dat het een overgang moet vormen tussen de tijd van het jaar waarin een ster zichtbaar bij zijn eigen opkomst, en de tijd van het jaar waarin hij zichtbaar wordt zodra de zon voldoende ver onder de horizon staat. De sleutel tot deze overgang kan alleen worden gezocht in de hoogte boven de horizon waarop de ster zichtbaar wordt. Wanneer dit merkbaar meer is dan de hoogte waarop de ster normaal zichtbaar wordt bij opkomst, dan kan men van een kosmische opkomst spreken. In het model is er daarom voor gekozen om de kosmische opkomst te definiëren als de eerste opkomst waarbij de ster meer dan één graad hoger zichtbaar wordt dan bij een volledig donkere hemel. Deze definitie geeft een vrij goede overeenkomst met de data die Ptolemaeus opgeeft.

Bij de kosmische opkomst (en ondergang) doet zich een probleem voor met de definitie van de Arcus Visionis: De ster bevindt zich boven de horizon en is rijzende (in het geval van kosmische opkomst), en de zon, die onder op de tegenoverliggende horizon bevindt, is dalende. Hierdoor is de afstand in hoogte, ofwel de Arcus Visionis, die bij de heliakisch opkomst bijna constant was, hier een functie van de tijd. Daardoor maakt het verschil of men de Arcus Visionis neemt van het tijdstip waarop de ster zichtbaar wordt, of op het tijdstip waarop de ster opkomt. Vogt kiest voor de laatste mogelijkheid, maar voor onze doeleinden verdient de eerste definitie de voorkeur, aangezien deze meer fysische betekenis heeft. Deze heeft echter als moeilijkheid dat hij niet rechtstreeks uit de datum te berekenen valt, maar dat men dan ook de hoogte boven de horizon waarop de ster verschijnt, moet kennen.

Omdat het dus niet mogelijk is om de Arcus Visionis volgens onze definitie uit de data van Ptolemaeus te halen, en daarbij onze berekening zó gekozen is om een goede overeenkomst te vinden in de Arcus Visionis met de definitie die Vogt gebruikt, is het enigszins riskant om de kosmische opkomst en ondergang ook in de vergelijking te betrekken. De algemene resultaten komen echter overeen met die van de heliakische opkomst en ondergang (zie volgende paragraaf), maar de waarnemingen van heliakische- en kosmische opkomst en ondergang lijken onderling wel onafhankelijk.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

### § 1.2 De resultaten

Allereerste werden voor clima III voor alle 30 sterren de Arcus Visionis berekend met verschillende waarden voor de extinctie coëfficiënt. Deze clima werd gekozen vanwege de resultaten van Vogt, waaruit bleek dat hier relatief veel waarnemingen zijn gedaan. Van het resultaat daarvan werden plotjes gemaakt waarin de Arcus Visionis wordt uitgezet tegen magnitude en kleurindex. Hieruit volgt:

1. Men vindt ongeveer hetzelfde verloop in de Arcus Visionis als functie van magnitude in berekening en waarneming, maar de waargenomen data vertoont een veel sterkere fluctuatie. Enkele punten lijken daar ook volledig fout te liggen. In enkele gevallen kan een foute identificatie of een fout in de text hiervan de oorzaak zijn, maar soms is er geen duidelijke reden.
2. De Arcus Visionis vertoont geen enkele afhankelijkheid met de kleur van de ster. Dit is dus niet de oorzaak van de hierboven vermelde fluctuaties. Omdat de afwijkingen ook niet gerelateerd zijn aan de declinatie van de sterren volgt hieruit dat de fluctuaties niets te maken hebben met de sterren zelf, maar afkomstig moeten zijn van verschillen in de waarneming of atmosferische verschillen.
3. Het blijkt dat een extinctie coëfficiënt van ongeveer 0.20 weer een redelijke overeenkomst geeft.



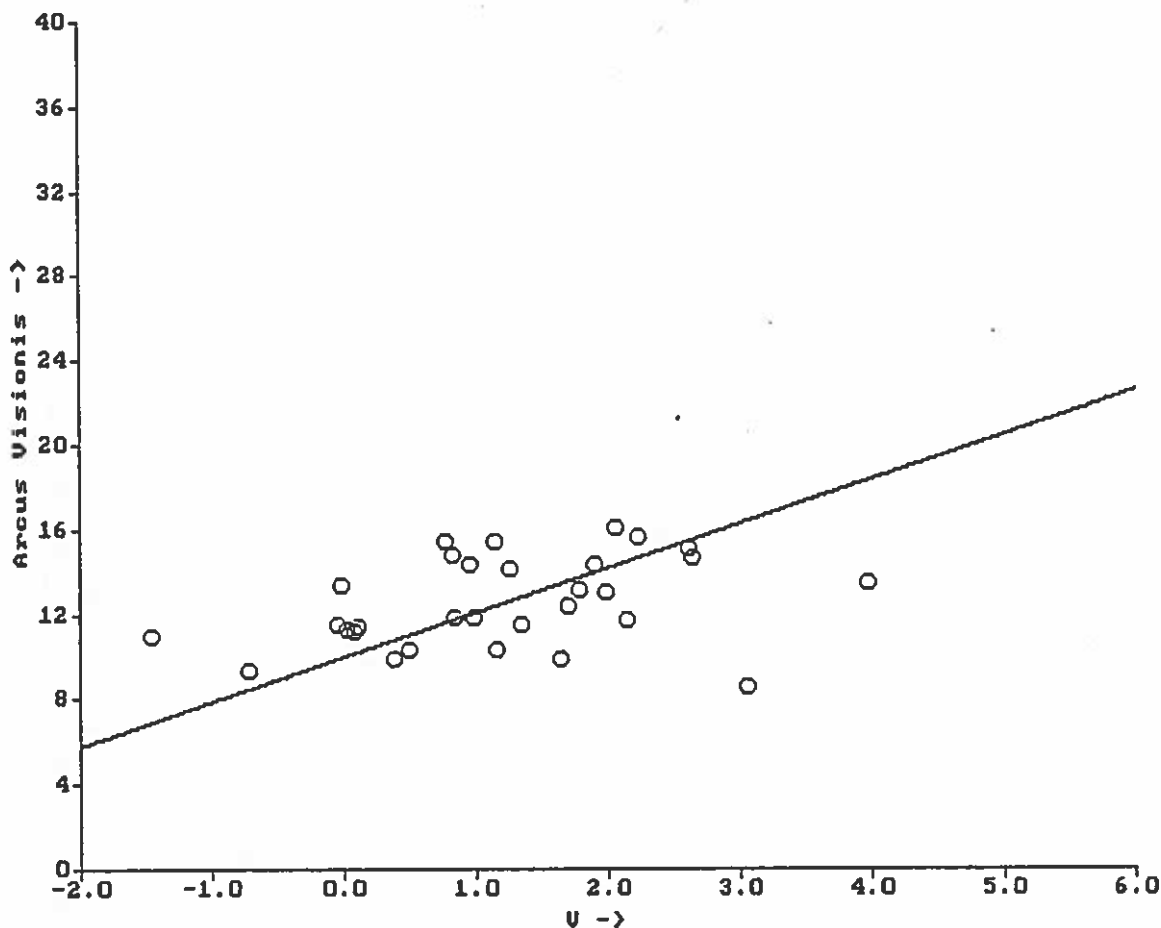


Fig. 13

Arcus Visionis voor clima III volgens Vogt. De rechte lijn is de relatie uit het artikel van Purrington.

Met deze extinctie coëfficiënt werden vervolgens alle sterren op alle breedtes doorgerekend. Voor elke ster werd een plotje gemaakt van de Arcus Visionis voor de verschillende climata, zowel volgens Vogt als volgens het computermodel. Het meest opvallende effect in deze grafieken is dat de verschillen tussen Vogt en het computermodel ongeveer gelijk zijn bij verschillende climata en dezelfde ster. Ook vertonen de heliakische ondergangen dezelfde afwijkingen als de heliakische opkomsten. De waarnemingen van één ster in verschillende climata

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

zijn dus duidelijk niet onafhankelijk, maar lijken in de meeste gevallen uit één waarde berekend te zijn. Bekend was al dat de nauwkeurigheid van trigonometrische berekeningen veel beter is dan de resterende afwijkingen tussen de verschillende climata bij één ster<sup>[4]</sup>. De berekening met behulp van een globe lijkt dus de meest waarschijnlijke kandidaat. Daarbij valt natuurlijk niet uit te sluiten dat Ptolemaeus ook aanvullende waarnemingen heeft verricht.

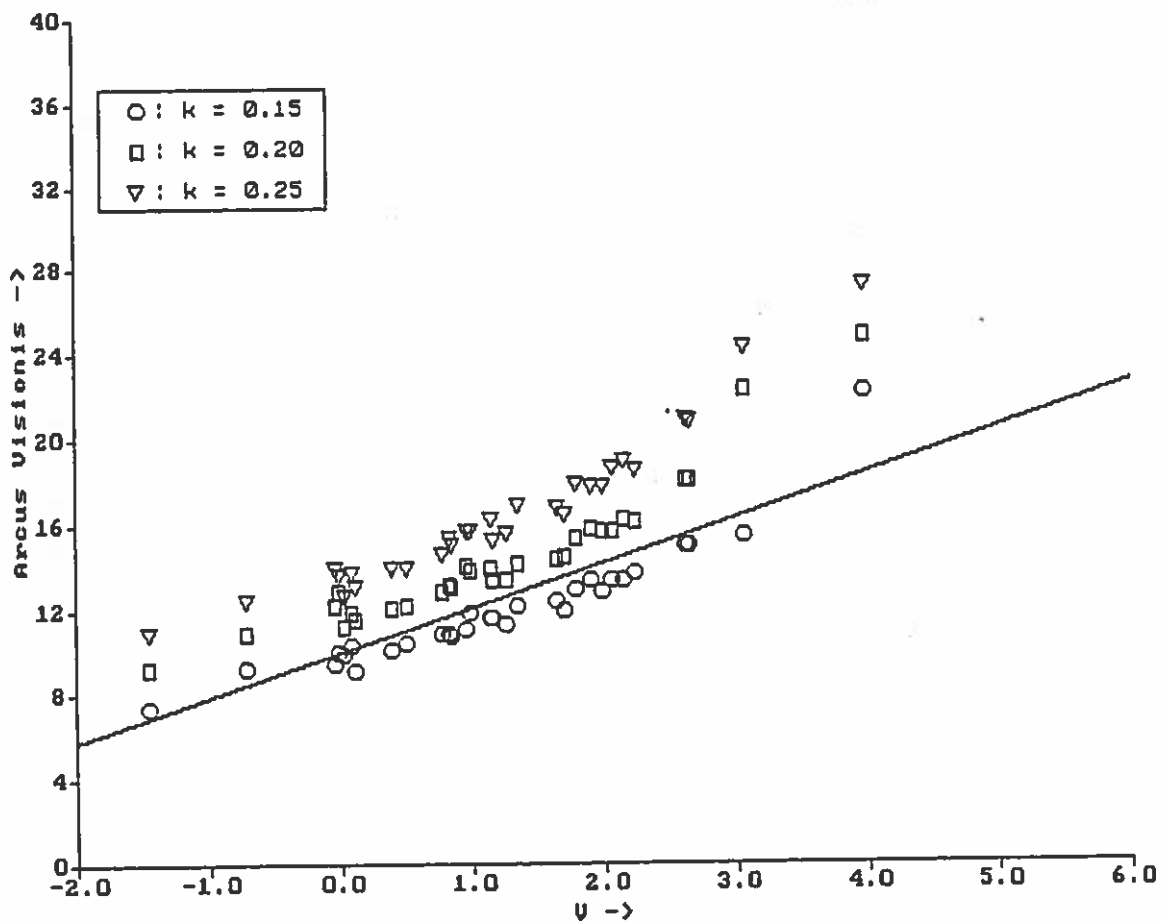


Fig. 14

De Arcus Visionis voor clima III volgens het computermodel.

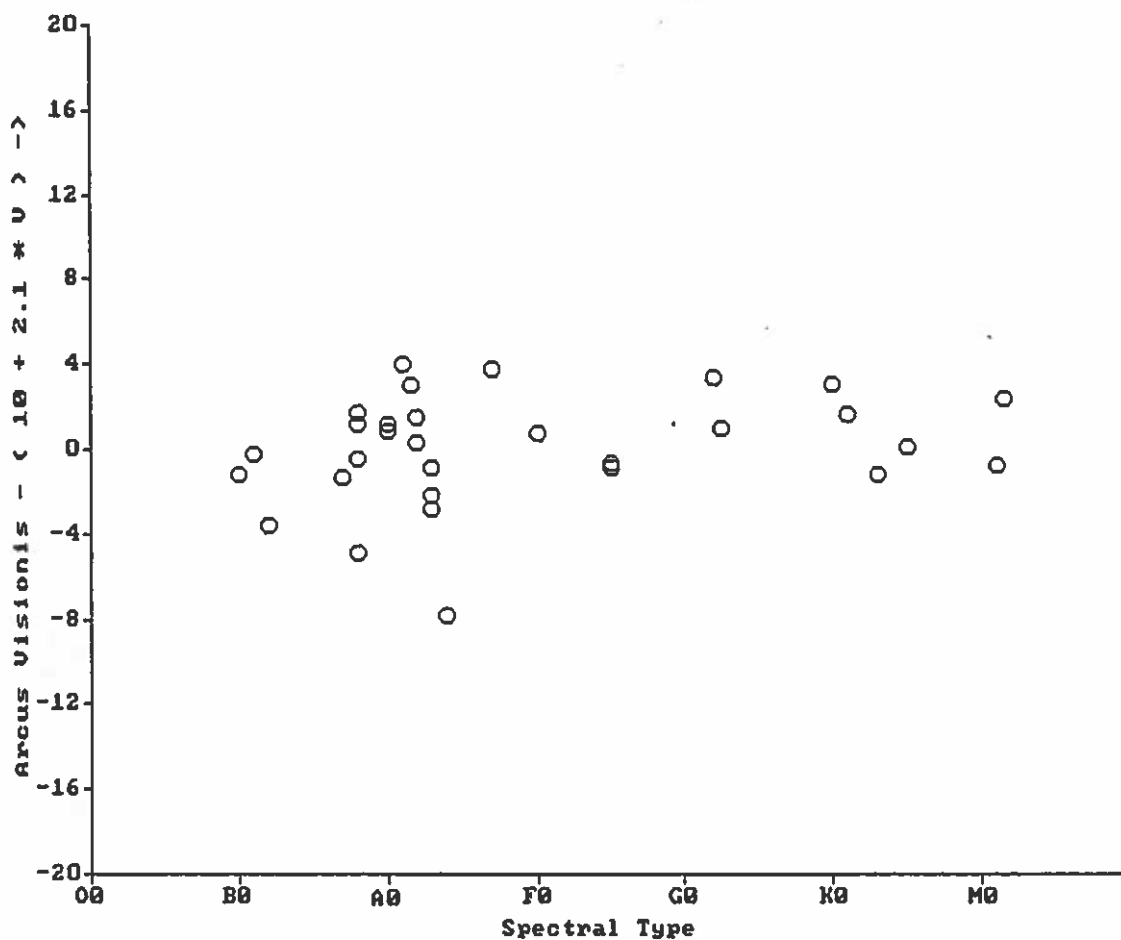


Fig. 15

Het verschil tussen de Arcus Visionis volgens Vogt en het computermodel, uitgezet tegen spectraaltype.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

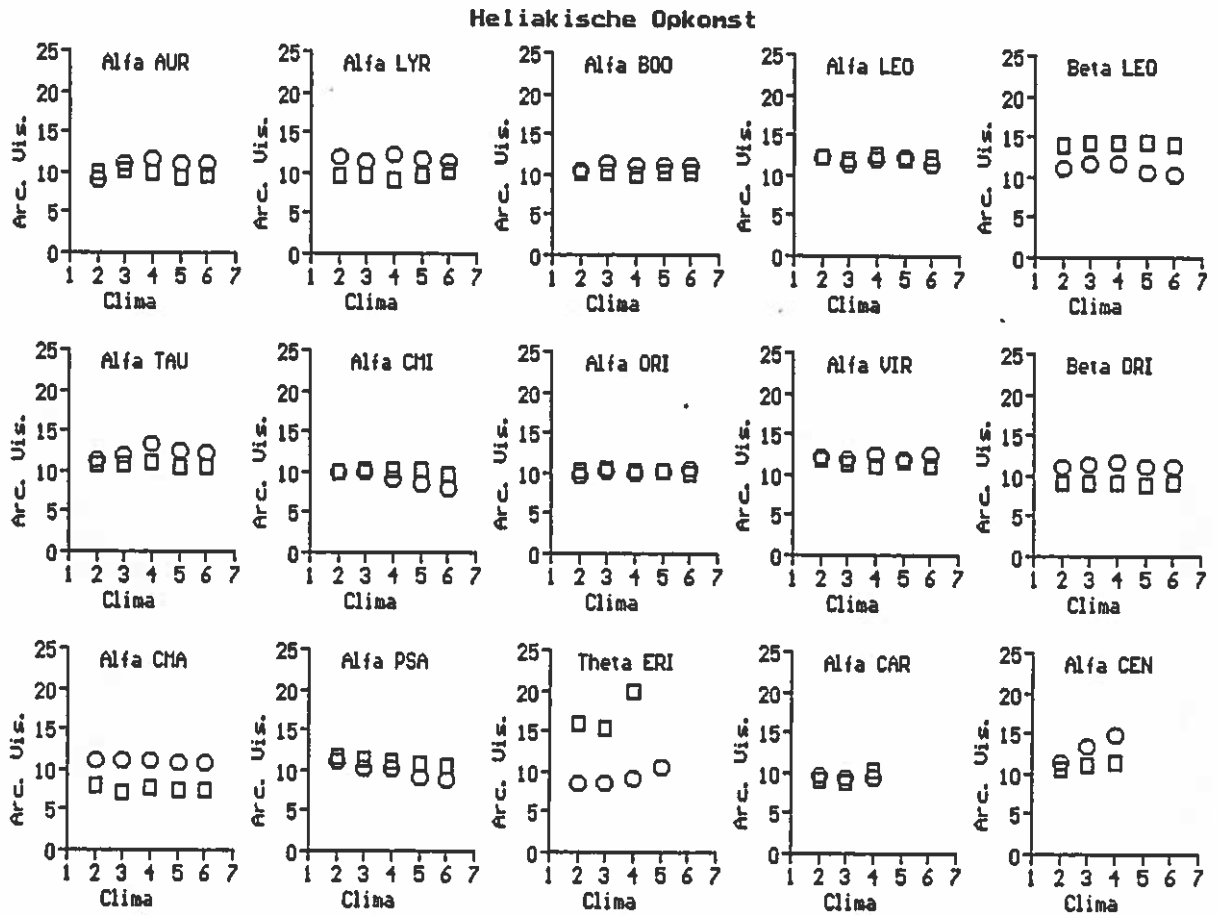


Fig. 16

De Arcus Visionis per ster en clima. De cirkels zijn de door Vogt berekende waarden, de vierkanten geven de waarden van het computermodel aan.

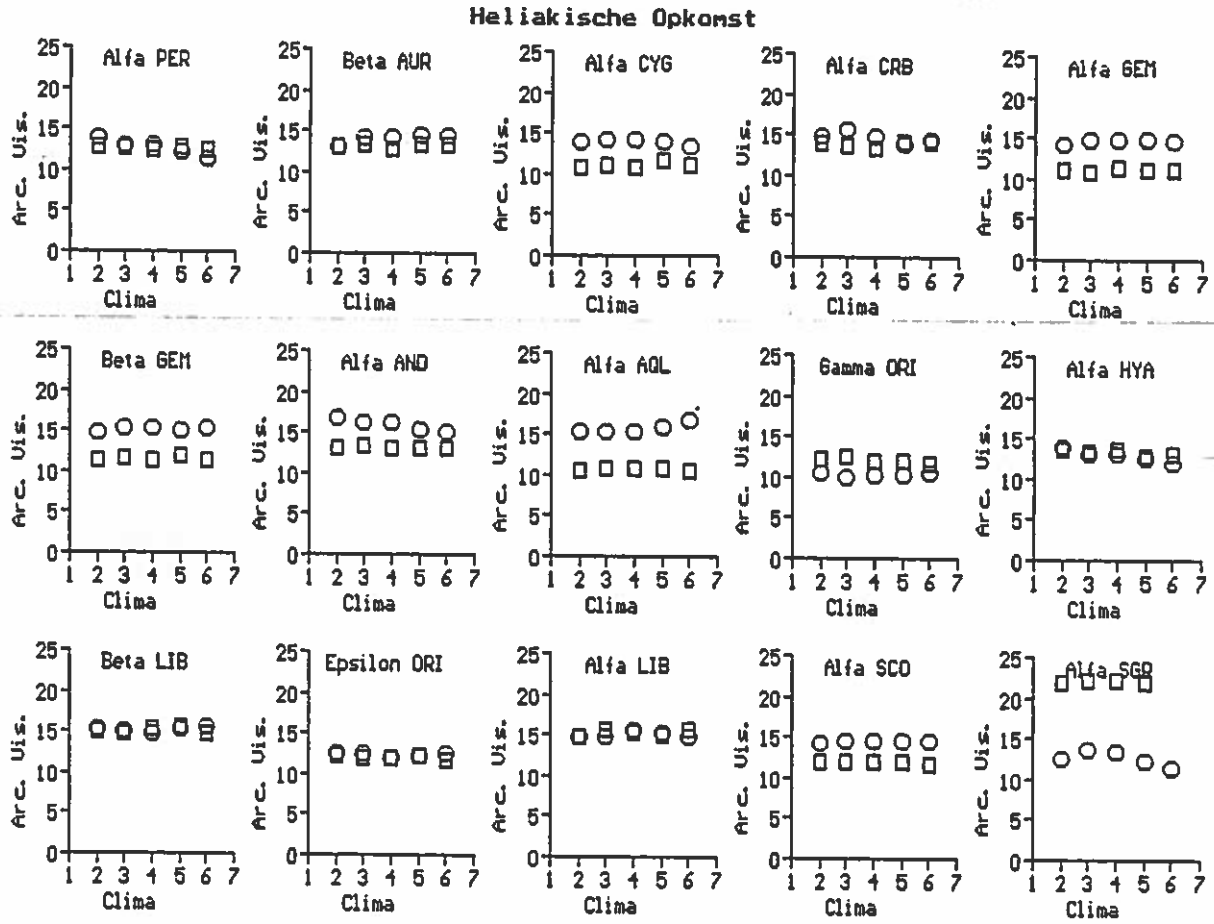


Fig. 17

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

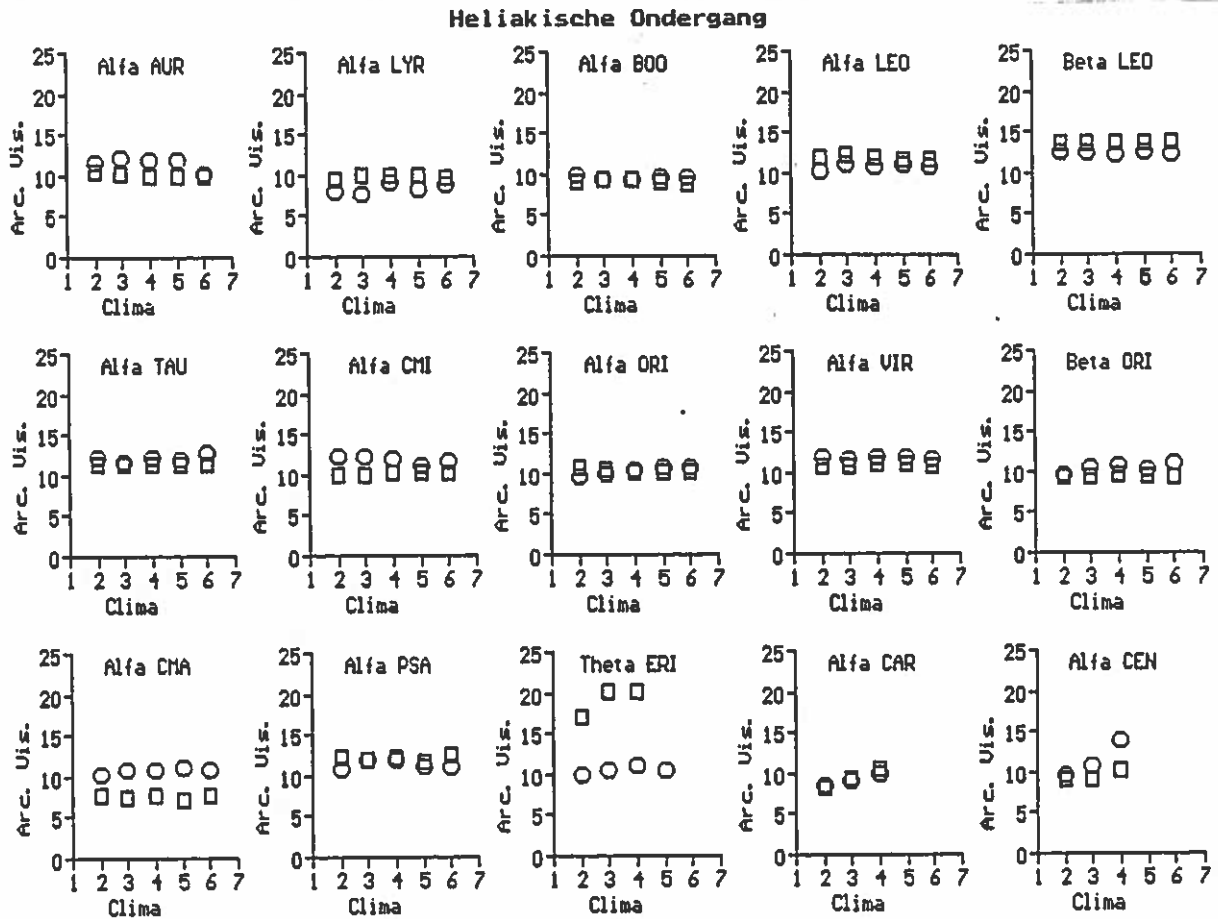


Fig. 18

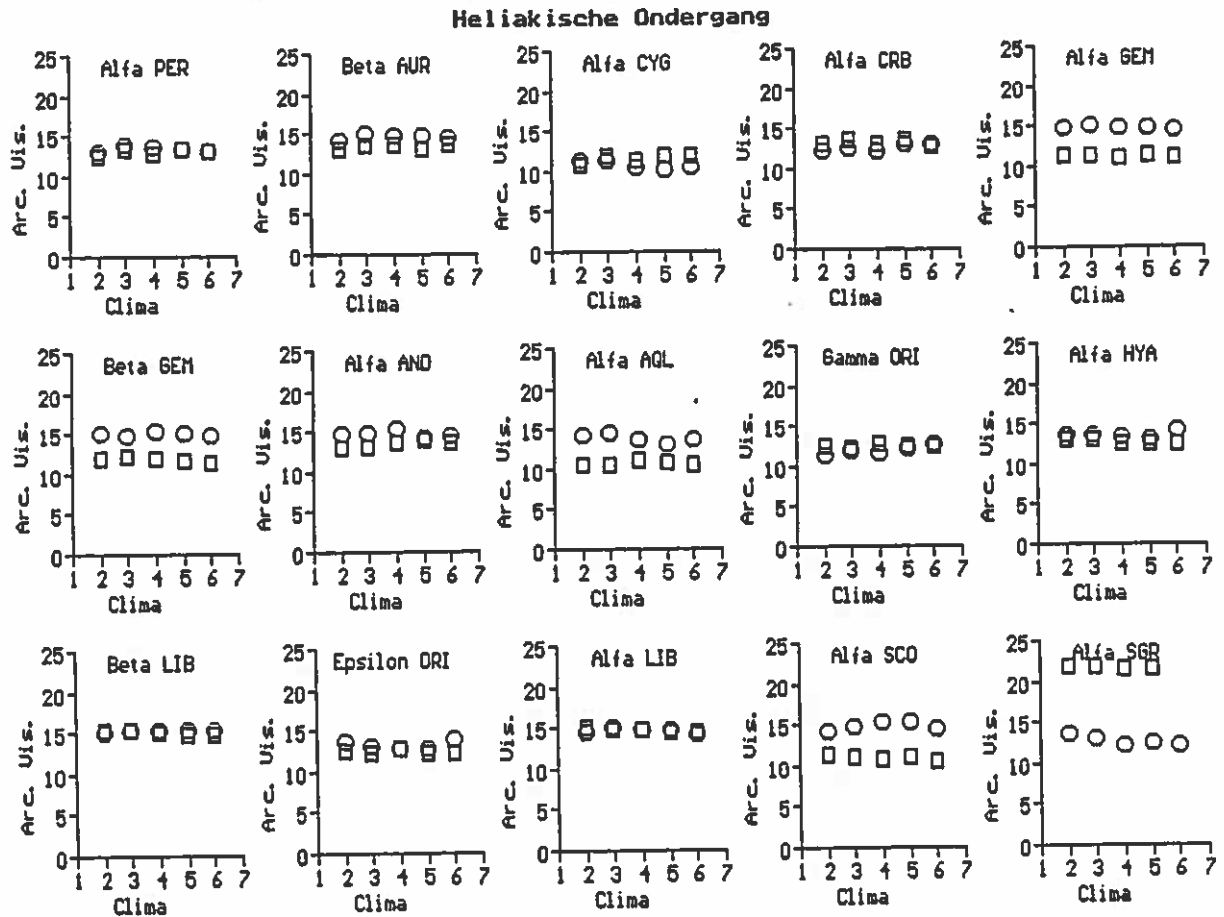


Fig. 19

§ 1.3 De volgorde van heliakische en kosmische opkomsten en ondergangen

We kennen vier heliakische 'gebeurtenissen': De heliakische opkomst, de heliakische ondergang, de kosmische opkomst en de kosmische ondergang. Het is een bekend feit dat de volgorde waarin deze gebeurtenissen optreden niet vast ligt, maar per ster verschilt. Om te begrijpen hoe deze volgorde ontstaat, moeten we in eerste instantie het probleem wat vereenvoudigen door sterren van één vaste helderheid te beschouwen, en verder aannemen dat de

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

ecliptica samenvalt met de equator, zodat de zon altijd declinatie nul heeft. Verder beschouwen we het probleem voor een waarnemer op het Noordelijk halfrond. Beschouwen we nu het deel van de hemel in de buurt van de zon, dan kunnen we ons afvragen waar de sterren staan die heliakisch opkomen. In eerste benadering zijn dat dus de sterren die op het moment van opkomst een afstandscomponent tot de zon loodrecht op de horizon hebben ter grootte van de Arcus Visionis voor die ster. De orientatie van de horizon ten tijde van steropkomst kan gevonden worden door de hoek tussen equator en horizon te beschouwen (die alleen afhangt van de breedtegraad, en of men de westelijke of oostelijke horizon kiest). De sterren die heliakisch opkomen liggen dus op een lijn parallel aan de zo gevonden horizon, en met de waarde van de Arcus Visionis kan de positie van deze lijn precies worden vastgelegd. De sterren die op dezelfde datum heliakisch ondergaan liggen op ook op een dergelijke rechte lijn, die verkregen kan worden uit de vorige door deze te spiegelen in de lijn die verticaal door de zon loopt. Deze lijnen snijden elkaar ten Noorden van de zon. Voor een ster die zich op dat snijpunt bevindt, vallen de data van Heliakische opkomst en ondergang dus samen, en hetzelfde geldt voor alle sterren met dezelfde declinatie.



Toepassingen: De Phaseis en MUL.APIN

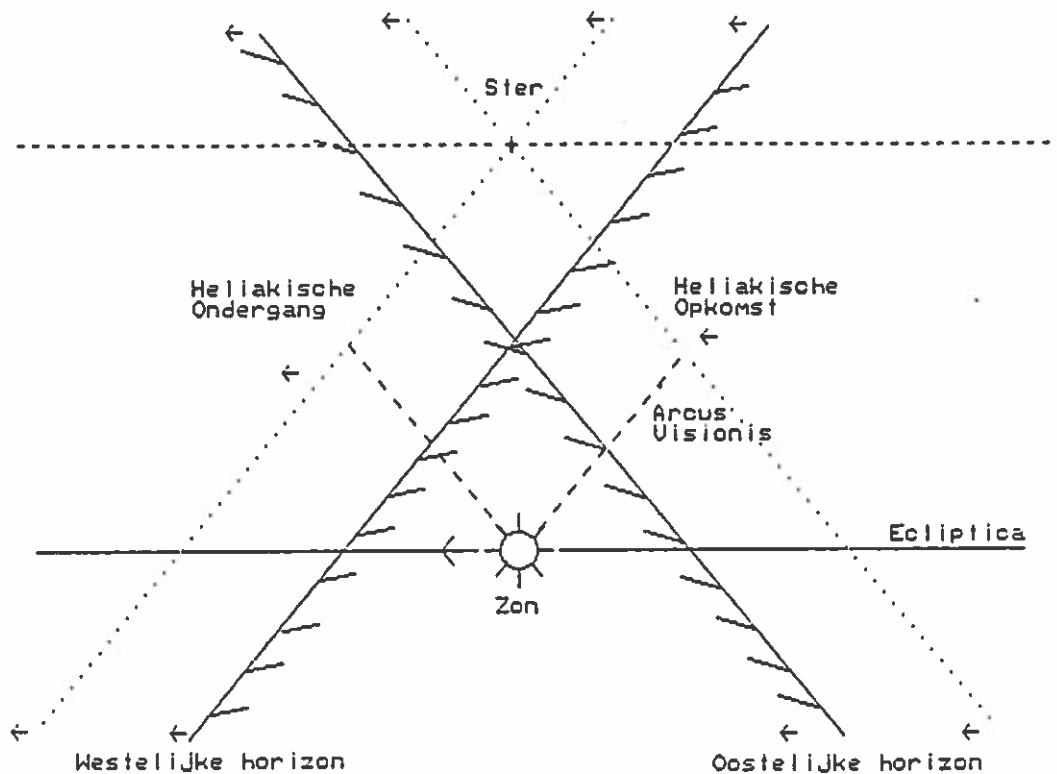


Fig. 20

De sterrenhemel in de omgeving van de zon.

De zon beweegt in de loop van het jaar in oostelijke richting, en de lijnen van heliakische opkomst en ondergang bewegen mee. Daaruit volgt dat sterren die zich op een hogere declinatie bevinden dan het snijpunt, eerder heliakisch ondergaan dan opkomen. Voor lagere declinaties geldt het omgekeerde. Verder liggen opkomst en ondergang verder uit elkaar naarmate de declinatie meer verschilt van de 'kritische' declinatie. De maximale afstand wordt dus bereikt wanneer sterren aan de limiet van opkomen of ondergaan komen, dus bijna circumpolair zijn, of nauwelijks meer opkomen. Opkomst en ondergang liggen dan bijna een half jaar uit elkaar.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

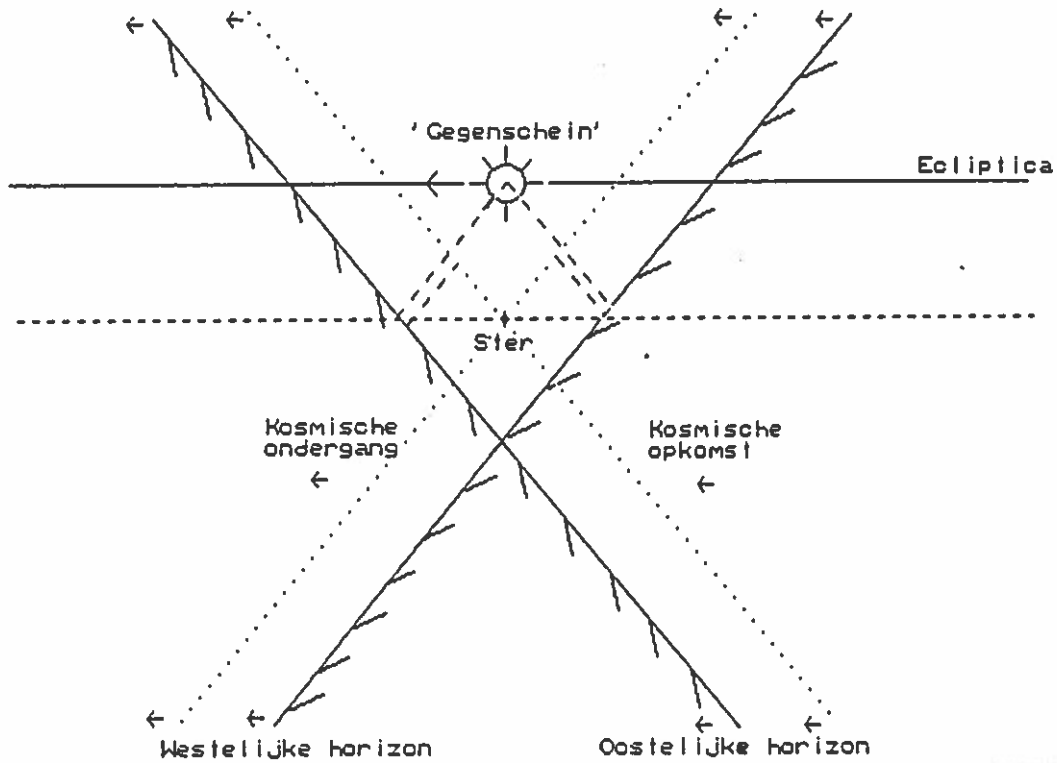


Fig. 21

De sterrenhemel rond het punt diametraal tegenover de zon.

Bij kosmische opkomsten staan zon en ster tegenover elkaar aan de hemel. We moeten dan de orientatie beschouwen van de horizon waar de ster staat met betrekking tot het punt diametraal tegenover de zon. De lijnen van opkomst en ondergang hebben dan dezelfde orientatie als in het heliakische geval. Echter: Omdat de zon onder de horizon dient te staan, moet het punt diametraal ertegenover BOVEN de horizon staan. Hieruit volgt dat beide lijnen van de horizon de 'Gegenschein' aan de andere kant passeren dan in het vorige geval de zon. De lijnen van kosmische

## Toepassingen: De Phaseis en MUL.APIN

opkomst en ondergang staan hier 1 à 2 graden boven, maar hun snijpunt blijft op een lagere declinatie dan de zon optreden, omdat de zon zich 5 à 10 graden onder de horizon zal bevinden.

Er volgt dus dat voor ondergang en opkomst in principe dezelfde effecten optreden als bij de heliakische opkomst, maar dat de 'kritische' declinatie lager is. Ook hier is de maximale afstand bijna een half jaar. Omdat de gemiddelde data van de heliakische gebeurtenissen ongeveer een half jaar schelen met de gemiddelde data van de kosmische gebeurtenissen, zal er nooit overlap plaatsvinden tussen beide categorieën.

Wanneer we de resultaten combineren krijgen we dus een verdeling van de hemel in drie domeinen (Voor een waarnemer op gematigde Noordelijke breedte): Geven we heliakisch aan met de letter H en kosmisch met een K, en verder opkomst met O en ondergang met N (Neer), dan is voor de hoogste declinaties de volgorde HO-HN-KO-KN. Op 10 tot 20 graden ten noorden van de ecliptica (Het exacte getal is afhankelijk van de helderheid van de ster en de breedtegraad van de waarnemer) wijzigt de volgorde in HN-HO-KO-KN. Beneden 5 tot 10 graden onder de ecliptica wordt de volgorde tenslotte HN-HO-KN-KO. Dicht bij de evenaar loopt de afmeting van het centrale gebied sterk op, tot tenslotte alle sterren de volgorde HN-HO-KO-KN hebben. Op het zuidelijk halfrond is de situatie gelijk aan die op het noordelijk halfrond, zij het dat het verloop omgekeerd verloopt met de declinatie. Dit was natuurlijk ook al uit symmetrieoverwegingen te verwachten.

### § 2.0 De tabletten MUL.APIN

De tabletten MUL.APIN vormen één van de belangrijkste astronomische geschriften uit de Babylonische tijd. Zij werden gevonden in te Kuyunjik, waar in de Babylonische tijd Nineveh lag. De tabletten, waarvan met radio-datering is vastgesteld dat ze gemaakt moeten zijn rond het jaar -686, bevatten onder meer twee tabellen die betrekking hebben op heliakische opkomsten. De eerste van deze tabellen geeft de data van de heliakische opkomsten van 36 sterren en sterrenbeelden, de tweede geeft het verschil in dagen tussen de heliakische opkomsten van een aantal heldere sterren. Deze twee tabellen komen met elkaar overeen als men uitgaat van een jaar bestaande uit twaalf maanden van elk 30 dagen, beginnende met de heliakische opkomst van lú.hun.gá. We kunnen de analyse dan beperken tot de eerste tabel, die er als volgt uitziet<sup>[2]</sup>:

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

TABEL VII

De 'lijst van 36 sterren' uit de MUL.APIN

I	1	lú.hun.gá
	20	gàm
II	1	mul
	20	is li-e
III	10	síb.zi.anna
		mas.tab.ba.gal.gal
IV	5	mas.tab.ba.tur.tur
		al.lu
	15	gag.si.sá
		mus
		ur.gu.la
V	5	ban
		sarru
VI	10	NUNki
		uga
	15	u.pa
	25	ab.sim
VII	15	zibanitu
		ur.idim
		en.te.na.bar.guz
		kalbu
VIII	5	gír.tab
	15	uza
		gab gír.tab
IX	15	u.ka.tuh.a
		nasru
		PA.BIL.AG
X	15	sim.mah
		si-nu-ni-tum
		im.ses
XI	5	GU.LA
		l iku
		lu-lim
	25	A-nu-ni-tum
XII	15	ku
		su.gi

( Noot: De namen van sterren en sterrenbeelden hebben altijd het voorvoegsel 'mul.'. Omwille van de overzichtelijkheid is dit voorvoegsel overal weggelaten)

## Toepassingen: De Phaseis en MUL.APIN

Van der Waerden beargumenteert dat deze lijst waarschijnlijk gemaakt is aan de hand van een oudere lijst waarin de intervallen werden gegeven ten opzichte van de heliakische opkomst van Sirius (gag.si.sa), afgerond op veelvoud van 10 dagen. Hiermee kan dan verklaard worden dat de meeste opkomsten vermeld worden op de 1e, 5e, 15e of 25e van de maand. Met behulp van de bovenstaande data kunnen we dan de oorspronkelijke intervallijst met een vrij grote zekerheid reconstrueren.

Een veel groter probleem is de juiste identificatie van de sterren en sterrenbeelden. Deze zijn in het algemeen goed bekend voor de ecliptica, waar ze genoemd worden in samenhang met planeetsamenstanden of eclipsen, zodat berekend kan worden om welk sterrenbeeld het gaat. Buiten de ecliptica bestaat echter meestal weinig zekerheid omtrent de identiteit, en soms is het sterrenbeeld juist geïdentificeerd met gebruikmaking van de heliakische opkomstdatum in deze lijst<sup>[5]</sup>. In dergelijke gevallen is het makkelijk om in een kringredenering te raken, en wanneer er zonder gebruik van deze lijst grote onzekerheid over de identificatie bestaat lijkt het dus veiliger om deze ster buiten beschouwing te laten.

### § 2.1 De identificatie

Van de volgende sterrenbeelden is de identificatie vrij zeker:

gag.si.sá (de pijl)	= Sirius.
mus (de slang)	= Hydra + Beta CNC.
ur.gu.la (de leeuw)	= Leo.
ban (de boog)	= Tau, delta, sigma en epsilon CMI.
NUN.KI (de ster van Eridu)	= Canopus.
uga (de raaf)	= Corvus.
su.pa	= Boötes.
ab.sim (de voor)	= Spica.
zibanitu (de weegschaal)	= Libra.
uza (de geit)	= Vega.
gab gir.tab	= Antares.
nasru	= Aquila.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

l iku (het veld)	= het 'Herfstvierkant' (Alfa AND, Alfa PEG, Beta PEG, Gamma PEG)
ku (de vis)	= Piscis Austrinus.
su.gi (de oude man)	= Perseus.
hun.gá	= Aries.
gãm (de staf)	= Auriga.
mul	= de Pleiaden.
is li-e (de kaak van de stier)	= Aldebaran + Hyaden.
síb.zi.an.na (de ware herder van Anu)	= Orion.
mas.tab.ba.gal.gal (de grote tweelingen)	= Castor & Pollux.

Het blijkt zo te zijn dat als een sterrenbeeld in de lijst wordt vermeld in plaats van een enkele ster, er alleen een redelijke overeenkomst met berekeningen wordt gevonden als wordt aan genomen dat de heliakische opkomst van het totale sterrenbeeld samenvalt met de heliakische opkomst van de eerst zichtbare ster van dat sterrenbeeld.

Op suggestie van Prof. T de Jong werd bij de volgende sterren afgeweken van de keuze van Van der Waerden:

gir.tab (de schorpioen): Het is bekend dat dit sterrenbeeld zich vroeger verder westelijk uitstreekte dan nu. De huidige schalen van de weegschaal vormden toen de scharen van de schorpioen. In dat geval vinden we al eerste ster Gamma LIB in plaats van Gamma SCO.

lu-lim (het gewei) = Cassiopeia. Volgens van der Waerden valt Beta CAS buiten dit sterrenbeeld. Dit lijkt echter niet erg plausibel, ook gezien de naam van het sterrenbeeld, wat symmetrie suggereert. Beta CAS wordt dan de eerste ster.

mas.tab.ba.tur.tur (de kleine tweelingen). Volgens van der Waerden Iota + Nu GEM. Dit zijn echter weinig opvallende sterren en bovendien klopt de opkomstdatum slecht. Een veel logischer keuze lijkt Procyon + Beta CMI. Dit sterrenbeeld heeft dezelfde orientatie en vorm als de 'grote' tweelingen, maar is iets zwakker en staat lager aan de hemel. Bovendien hebben ze vrijwel dezelfde rechte klimming, zodat de sterrenbeelden altijd gezamenlijk zichtbaar zijn.

al.lu (de krab): Volgens van der Waerden is dit Procyon. Het is echter bekend dat de naam al.lu voor het dierenriemteken kreeft werd gebruikt. Het lijkt zeer onwaarschijnlijk dat teken en sterrenbeeld op verschillende plaatsen aan de hemel liggen. De

## Toepassingen: De Phaseis en MUL.APIN

meest waarschijnlijke keuze is dan Alfa, delta, iota en zeta CNC + de sterrenhoop Praesepe. Beta CNC maakte deel uit van de Slang!

Van de volgende sterren is de identificatie volgens ons te onzeker om mee te nemen in de berekening:

sarru  
ur.idim  
en.te.na.bar.guz  
kalbu  
PA.BIL.SAG  
sim.mah  
GU.LA  
An-nu-ni-tum

### § 2.2 De Analyse

Deze nu verkregen lijst van sterren en hun onderlinge verschil in heliakische opkomst kunnen we nu gaan analyseren met het computermodel. Er werd gekozen voor een  $\text{Chi}^2$  analyse. Deze analyse verloopt als volgt:

Volgens onze theorie worden de heliakische opkomstdata gegeven door de uitkomsten van ons model, met een variantie van enkele dagen. Het model bevat echter drie onbekende parameters: De epoche, de extinctie coëfficiënt en de geografische breedte. We vatten de interval-lijst verkregen met de MUL.APIN tabletten nu op als een meting, waaruit de parameters geschat kunnen worden. De theorie zegt nu:

Zij  $\text{Chi}^2$  gegeven door

$$\text{Chi}^2 = \frac{\sum (\text{datum}_{\text{meting}} - \text{datum}_{\text{theorie}})^2}{\text{stand. deviatie}^2}$$

Dan worden de beste waarden voor de parameters gegeven door die waarden waarvoor deze functie minimaal is. Wanneer de datum inderdaad gemeten is met de opgegeven standaard deviatie moet  $\text{Chi}^2$  rond dit minimum ongeveer gelijk zijn aan het aantal metingen. Is hij veel groter, dan is de theorie niet in staat de gemeten waarden te verklaren. Is hij veel kleiner dan verklaart de theorie de waarden beter dan met deze standaard deviatie te verwachten was, bijvoorbeeld doordat de theorie meer parameters bevat dan nodig is.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

Omdat het berekenen van de heliakische opkomstdata voor alle sterren veel rekenwerk is en deze procedure voor het bepalen van het minimum vele malen zal moeten worden uitgevoerd is het noodzakelijk het probleem iets te vereenvoudigen. Van der Waerden merkt op dat de geografische breedte vrijwel zeker die van Babylon moet zijn. Wanneer wij daar in eerste instantie vanuit gaan kunnen we het probleem terugbrengen van een drie-dimensionale minimalisatie tot een twee dimensionale. Met het resultaat van die berekening kunnen we achteraf deze aanname toetsen: Wanneer met gebruikmaking van de twee reeds bepaalde parameters (extinctie en epoche) een minimalisatie met de geografische breedte wordt uitgevoerd moet deze inderdaad een minimum vertonen voor de breedte van Babylon. Dan immers stijgt  $\text{Chi}^2$  bij verandering van elke parameter en hebben we een echt minimum. Om de minimalisatie in extinctie en epoche uit te voeren berekenen we alle data voor een rooster van punten in het extinctie/epoche-vlak. De extinctie coëfficiënt neemt daarbij de waarden 0.15, 0.20 en 0.25 aan, de epoche doorloopt de waarden -1000 tot en met -1500 in stappen van honderd jaar. Eerdere resultaten wijzen erop dat het minimum in dit gebied valt te verwachten. Op dit puntenrooster werd een bilineaire interpolatie gemaakt die tenslotte werd gebruikt in de minimalisatie van  $\text{Chi}^2$ . Voor de standaard deviatie werd de waarde 5 gekozen (de afronding op gehele tientallen in de datum levert een RMS fout van iets minder dan 3. Wanneer we aannemen dat verschillen in weer en waarnemers een fout van vier dagen oplevert, komen we met kwadratisch optellen tot een gezamenlijke fout van 5 dagen). Het resultaat was als volgt:

TABEL VIII

$\text{Chi}^2$  als functie van epoche en extinctie:

T	-1000	-1100	-1200	-1300	-1400	-1500
k						
0.15	26.2	25.9	24.6	23.8	22.7	22.6
0.20	26.8	24.3	24.6	23.5	21.8	22.9
0.25	25.2	25.9	22.7	22.8	22.4	23.0

De beste waarden worden bereikt voor:

$$T = -1400 \pm 100 \text{ jaar}$$

$$k = 0.20 \pm 0.06$$



## Toepassingen: De Phaseis en MUL.APIN

De fout in de epoche-bepaling lijkt vrij klein. Men dient ook goed te beseffen dat dit de fout is, aangenomen dat al onze ster-identificaties in orde zijn en dat de 'meetfout' in de overgeleverde data min of meer normaal verdeeld is met een fout van 5 dagen. Een verkeerde identificatie, of een foute vermelding op het tablet kunnen het resultaat vrij snel met enige tientallen jaren beïnvloeden.

De minimalisatie van de geografische breedte levert nu op:

TABEL IX

$\text{Chi}^2$  als functie van geografische breedte:

Breedte:	30°	31°	32°	33°	34°
$\text{Chi}^2$ :	27.4	24.1	23.1	23.6	28.6

Met een minimum bij:

$$\text{Breedte} = 32^{\circ}10' \pm 1^{\circ}$$

Dit is in overeenstemming met de aangenomen breedte van Babylon ( $32^{\circ}20'$ ). Verder is  $\text{Chi}^2$  in het minimum inderdaad van dezelfde grootte-orde als het aantal metingen (26).

Ook blijkt dat de breedte van de vindplaats van het tablet (Nineveh =  $36^{\circ}30'$ ) zonder meer valt uit te sluiten. Deze resultaten zijn redelijk in overeenkomst met de uitkomsten van Van der Waerden. De datering is echter vroeger, maar heeft wel een gedeeltelijk overlap met de dateringsperiode van Van der Waerden, die de herkomst schat tussen -900 en -1400, en de beste fit vindt tussen -1000 en -1300.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

Bibliografie bij Hoofdstuk III

- [1] Claudius Ptolemaeus: "Opera Quae Exstant Omnia Vol II: Opera Minora", ed. J.L. Heidberg, Leipzig, 1907.
- [2] B.L. van der Waerden: "Babylonian Astronomy II: The Thirty-six Stars", Journ. of Near Eastern Studies, 8, S6.
- [3] H. Vogt: "Griechische Kalender V: Der Kalender des Claudius Ptolemäus", Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, 15. Abhandlung, Heidelberg, 1920.
- [4] O. Neugebauer: "A History of Ancient Mathematical Astronomy", Springer, New York, 1975.
- [5] D. Pingree, E. Reiner: "BPO 2: Enuma Anu Enlil, tablets 50 - 51", Udena Publications, 1981.

Een programma voor het grafisch representeren  
van de sterrenhemel

HOOFDSTUK IV

EEN PROGRAMMA VOOR HET GRAFISCH REPRESENTEREN VAN DE STERRENHEMEL

§ 1.0 Inleiding

Het ontwikkelen van een computermodel voor de berekening van heliakische opkomsten en ondergangen maakt deel uit van een groter geheel: Het maken van een computerprogramma ter ondersteuning van sterrenkundige berekeningen met betrekking tot oudheidkundig onderzoek. Dit programma zou dan in staat moeten zijn om sterrenkaarten te maken voor elke plaats op Aarde over een tijdsspanne van enkele duizenden jaren. Daarbij moet bovendien worden uitgegaan van een eenvoudig te interpreteren uitvoer, terwijl voor de bediening van de programmatuur geen al te uitgebreide kennis van sterrenkunde of computers nodig mag zijn.

Tot dusver werden dergelijke kaartjes vaak met de hand berekend en getekend, of werden er planisferen geconstrueerd waarmee voor één breedtegraad elke sterrentijd kan worden ingesteld, waarna in een venster een kaartje van de sterrenhemel van dat moment verschijnt. Het aflezen van bijvoorbeeld hoogte en azimuth op een planisfeer is echter niet zonder meer mogelijk, omdat de gebruikte projectie het beeld sterk vervormd, vooral voor de lage geografische breedten waarop het meeste werk betrekking heeft.

Het programma maakt het echter mogelijk de positie aan de hemel van elke ster apart op te vragen, en kan afbeeldingen via diverse projecties maken, waarbij de vertekening van de eigenschappen waaraan men de meeste waarde hecht, zoals afmeting of vorm, naar keuze minimaal kan worden gemaakt. Verder is het programma uitgerust met het zichtbaarheidsmodel dat in het vorige deel uitgebreid is beschreven, zodat ook kaartjes kunnen worden gemaakt van de zichtbare sterrenhemel tijdens de schemering of bij hoge extinctie.

Het programma is niet expliciet gericht op één toepassing, maar is zo ontworpen dat het bij veel onderzoek betreffende sterposities in de oudheid steun kan geven. Zo kan een kaartje in ecliptische coördinaten, gecorrigeerd voor precessie en eigenbeweging, waarin men gemakkelijk sterposities kan opvragen, het identificeren van oude catalogi sterk vereenvoudigen. Doordat het ook mogelijk is zelf figuren van sterrenbeelden te definiëren en

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

te laten tekenen, is het ook mogelijk om de orientatie van een sterrenbeeld ten opzichte van de horizon eenvoudig uit te rekenen. Met het zichtbaarheidsmodel kan men tenslotte ook uitspraken controleren over het al of niet zichtbaar zijn van sterren bij een waarneming tijdens de schemering. Met al deze facetten beschikt men dus over een vrij krachtig hulpmiddel bij het interpreteren, vertalen en eventueel dateren van sterrenkundige optekeningen.

### § 2.0 Algemene beschrijving

Het programma kent twee verschillende schermen. Wanneer men het programma opstart wordt het invoerscherm zichtbaar, waarmee alle parameters die op het tekenen van een kaart betrekking hebben kunnen worden ingevoerd. Wanneer men vervolgens de opdracht geeft om met tekenen te beginnen, verdwijnt het invoerscherm nadat de sterposities zijn berekend, en gaat het programma over in de grafische mode. Vervolgens wordt de sterrenkaart op het beeldscherm getekend. Wanneer deze voltooid is kan de gebruiker met de cursortoetsen een grafische cursor over de getekende kaart sturen, en hiermee sterren 'aanwijzen'. Het programma haalt de gegevens van de aangewezen ster van disk en vertoont ze naast de getekende kaart. In de grafische mode is het ook nog mogelijk een aantal commando's te geven door middel van het indrukken van de juiste toetsen. Dit kan gebruikt worden om een legenda te laten tekenen, de kaart-parameters naast de kaart te laten afdrukken, de kaart af te drukken op de printer, of de lijnen van de sterrenbeelden te veranderen. Het indrukken van de '?' toets geeft een bovendien overzicht van de mogelijke commando's. Na het indrukken van de <RETURN> toets komen we weer terug bij het invoerscherm.

Behalve het tekenen van kaarten kan het programma verder nog de tijdstippen van heliakische opkomsten en ondergangen uitrekenen. Daartoe dient men dan eerst een (eenvoudig) kaartje te laten tekenen waarin de bedoelde ster te vinden is. Men kan de ster dan met de cursor aanwijzen en met de 'M' toets (markeer) opslaan in het geheugen. Wanneer men daarna teruggaat naar het invoerscherm en bijvoorbeeld voor heliakische opkomst kiest, wordt deze berekend voor die ster. De datum en tijd op het invoerscherm worden vervangen door het resultaat van de berekening, waarna ze gebruikt kunnen worden om van dat tijdstip een afbeelding van de hemel te maken.

Een programma voor het grafisch representeren  
van de sterrenhemel

Plaats op aarde	Plot controle	Projectie controle
32°33' 0" NB 44°25' 0" GL	Basiscirkels	Stelsel: Horizon
Datum	Ecliptica 0 Equator 0 Horizon 0	Projectie : Azimuthaal Equidistant
1/ 1/-1300 JD 1246232.5	Coördinatennet	Projectie Centrum
Tijd	Ecliptica 0 Equator 0 Horizon 0	Azimuth : 0° Hoogte : 90° Bereik: 180°
LT 2:57:40 UT 0:00:00 ST 8:48:53	Opties	Grensmagnitude: 3.5
Heliakische opkomst Heliakische ondergang Kosmische opkomst Kosmische ondergang Eerste zichtbaarheid Laatste zichtbaarheid	Sterrenb. Nee Zon Nee Extinctie 0.00	Teken kaart
	Geef 'q' om te stoppen	Precessie correctie

Fig. 22

Het invoerscherm

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten

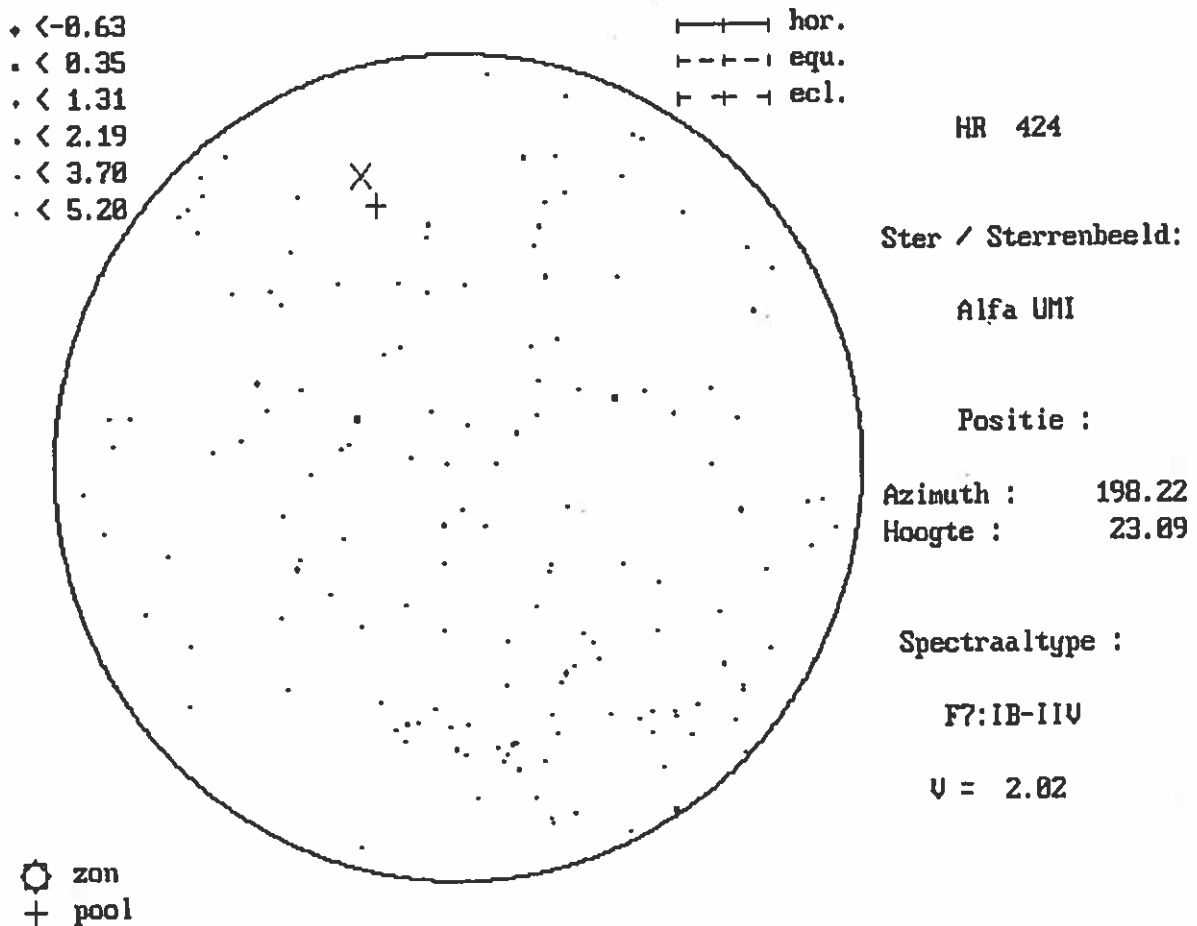


Fig. 23

Het grafische scherm in aanwijs-mode.

§ 3.0 De gebruikersinterface

De gebruikersinterface bestaat per definitie uit die delen van het programma die zich bezighouden met de communicatie met de gebruiker. In dit programma bestaat het dus uit de communicatie in de grafische mode, die zoals we gezien hebben uit toets-commando's bestaat, en de communicatie via het invoerscherm. Deze laatste is zo opgebouwd, dat alle parameters snel en

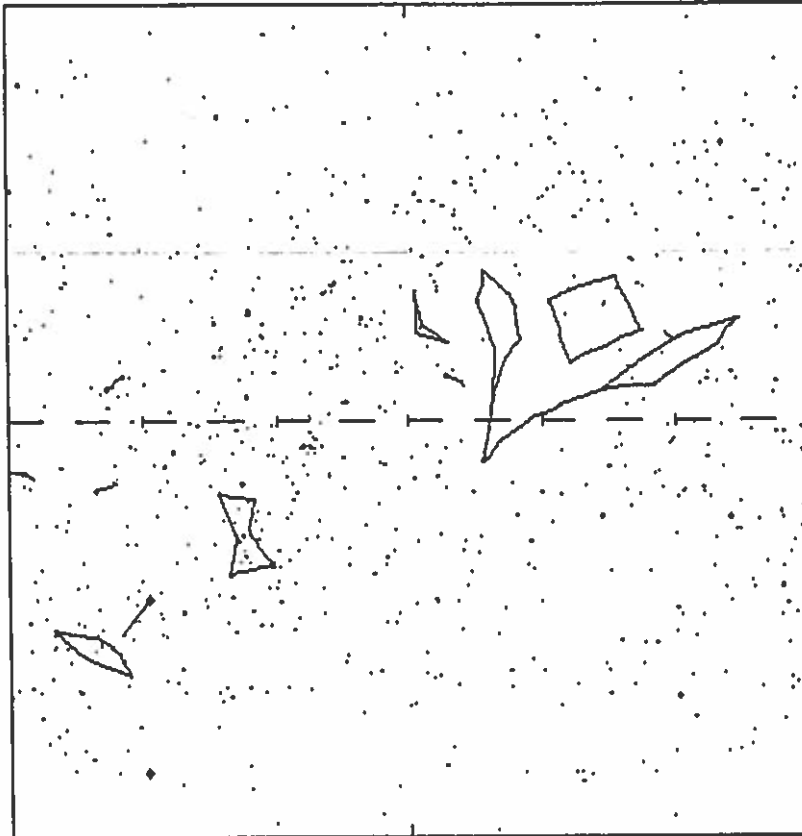
## Een programma voor het grafisch representeren van de sterrenhemel

makkelijk te veranderen zijn, zonder dat steeds alles opnieuw te hoeft worden ingevoerd. Alle parameters staan afgebeeld op het beeldscherm, en met de cursortoetsen kan men naar de gewenste parameters lopen, waarna de gewenste waarde in kan worden getypt. De programmatuur controleert daarna altijd of de ingevoerde waarde binnen het toegestane bereik van de parameter valt, en past eventueel andere parameters aan om de zaken in overeenstemming te houden. Zo heeft bijvoorbeeld het invoeren van een nieuwe kalenderdatum tot gevolg dat de Juliaanse datum en de waarde voor de sterrentijd mee worden aangepast. Ook de opdrachten voor het tekenen van een kaart of het berekenen van een heliakische opkomst kunnen via het invoerscherm worden gegeven.

### § 4.0 De Sterrenbeelden-editor

Sterrenbeelden zijn opgebouwd (in dit programma in elk geval) uit lijnstukken tussen sterren. Soms is het aantrekkelijk om deze lijnstukken in te tekenen, om bijvoorbeeld de orientatie eenvoudiger te maken, of om uitspraken over de onderling orientatie van sterrenbeelden te verifiëren. Deze lijnstukken worden opgeslagen op disk, zodat ze niet elke keer dat het programma wordt gebruikt opnieuw te hoeven worden ingevoerd. Bovendien kan bij het starten van het programma de naam van de file op disk worden opgegeven, wat het mogelijk maakt om verschillende sterrenbeeld definities naast elkaar te gebruiken. De sterrenbeelden kunnen eenvoudig worden ingevoerd door in de grafische mode de gewenste ster aan te wijzen, gevolgd door een toetscommando. De lijnstukken die in de kaart worden ingetekend zijn de grootcirkels die de sterren verbinden, op dezelfde manier geprojecteerd als de sterrenhemel zelf. Wanneer de sterren ver uit elkaar zijn kunnen deze lijnen dus op de kaart zichtbaar krom lopen, hoewel het aan de hemel rechte lijnen zijn.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten



NB : 32 33' 0"  
OL : 44 25' 0"

Datum : 1/ 1/-1300  
LT : 14:06:58  
UT : 11:09:18  
ST : 20:00:00

Ecliptica coordinaten

Cylinder  
Equidistant

Projectie centrum :  
Lengte : 0  
Breedte : 0

Bereik : 100

k=0.00

Fig. 24

Enkele Babylonische sterrenbeelden, ingevoerd met de  
sterrenbeeld-editor.



## Een programma voor het grafisch representeren van de sterrenhemel

### § 5.0 Berekening Sterposities

#### § 5.1 Database

Alle gegevens die betrekking hebben op de sterren zijn afkomstig uit de Yale Bright Star Catalogue<sup>[1]</sup>. Uit deze catalogus zijn alle sterren gebruikt tot en met magnitude 5.20. De gebruikte velden zijn de naam en identificatie, de posities voor Epoche 2000.0, spectraaltype en de grootte van de eigenbeweging. De gegevens betreffende de 'identiteit' van de sterren en van de helderheid en spectraaltype zijn in grafische mode op te vragen door de gebruiker. De helderheid wordt verder gebruikt bij de berekening van de zichtbaarheid van een ster, en dus ook bij de berekening van heliakische opkomst en ondergang. Het programma is in principe geschikt te maken om ook de sterren zwakker dan 5.2 uit de catalogus in te voeren. Computers met weinig geheugen zullen dan echter het programma niet meer kunnen draaien. Omdat bovendien de berekening van alle sterposities bij dergelijke aantallen zeer lang gaat duren, en omdat men meestal niet geïnteresseerd is in zulke zwakke sterren, is besloten om dit voorlopig niet te doen. De uitbreiding bijvoorbeeld naar de totale Bright Star Catalogue zou betekenen dat we vier keer meer sterren moeten verwerken, maar dat de grensmagnitude slechts toeneemt tot ongeveer 6.

#### § 5.2 Omrekening tussen coördinaatsystemen

De omrekening tussen de drie gebruikte coördinaatsystemen (horizon, ecliptische en equatoriale coördinaten) is een simpele berekening dat in elk boek over bolmeetkunde gevonden kan worden, en waarop we hier dus ook niet hoeven in te gaan. Het is echter wel een vrij reken-intensieve procedure, die een groot deel van de rekentijd van het programma voor zijn rekening neemt. Wanneer men de rekentijd te lang vindt, kan het gebruik van een coprocessor en een daarvoor gecompileerde versie van het programma uitkomst bieden.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

### § 5.3 Eigenbeweging

Omdat de eigenbeweging zelfs over een tijdspanne van enkele duizenden jaren een klein effect is, kan gekozen worden voor een eenvoudige correctie. We laten daarom de radiële component en de afstand van de ster buiten beschouwing, en maken een lineaire correctie met de tangentiële eigenbeweging op de sterpositie. Dit is goede benadering zolang de totale eigenbeweging over de periode niet groter dan enkele graden is, en de afstand van de ster tot de aarde in de periode niet significant verandert. Dit is voor het overgrote deel van de sterren inderdaad het geval. De enige heldere sterren die een vrij grote eigenbeweging hebben zijn Sirius en Alfa Centauri, die over een periode van 4000 jaar respectievelijk ongeveer 1.5 en 4 graden over de hemelbol afleggen. De ster met de grootste eigenbeweging in de geselecteerde sterren is Epsilon Indi met ruim 5 graden in vierduizend jaar. Zijn helderheid is echter slechts magnitude 4.7.

### § 5.4 Precessie

De precessie van de Aard-as maakt het nodig om een correctie uit te voeren op de coördinaten van de sterren. Deze correctie is in tegenstelling tot de eigenbeweging niet een gevolg van beweging van de sterrenhemel maar een gevolg van een geleidelijke verandering van het coördinatensysteem. De formules die in de meeste voor de precessie correctie gebruikt worden voeren een transformatie uit op de equatoriale coördinaten, die vrij ingewikkeld is en meestal alleen toepasbaar is over kleine tijdsintervallen. Veel simpeler is het echter om de precessiecorrectie uit te voeren in ecliptische coördinaten. Dit coördinatensysteem hangt samen met de baanbeweging van de aarde, die veel stabiel is dan de rotatie van de Aarde waarmee de equatoriale coördinaten verbonden zijn. De ecliptische coördinaten zouden dan ook invariant zijn onder precessie, ware het niet dat de ecliptische lengte gegeven wordt ten opzichte van het lentepunt, het snijpunt van ecliptica en equator, wat door de precessiebeweging van de equator over de ecliptica beweegt. Hierdoor moeten we dus toch een correctie aanbrengen in de ecliptische lengte, maar de ecliptische breedte blijft onveranderd. De gevolge procedure voor correctie van de equatoriale coördinaten is nu:

1. Bereken de helling van de ecliptica voor 2000.0

Een programma voor het grafisch representeren  
van de sterrenhemel

2. Ga hiermee over op ecliptische coördinaten.
3. Corrigeer de ecliptische lengte voor de precessie van de aardas.
4. Bereken de helling van de aardas voor de gewenste epoche
5. Ga weer over op equatoriale coördinaten

Wanneer men alleen in de ecliptische coördinaten is geïnteresseerd kunnen stappen 4 en 5 natuurlijk achterwege blijven. Voor de berekening van de precessie en de helling van de Aardas werden de volgende formules gebruikt:

De precessie in lengte per eeuw wordt gegeven door<sup>[2]</sup>:

$$p = 5026''.65 + 2''.225 T$$

waarin T het aantal Juliaanse eeuwen sinds 1900.0 is. Om de totale precessie te vinden vanaf epoche 2000.0 tot de gewenste datum moeten we deze uitdrukking dus integreren tussen deze tijdstippen. Het resultaat luidt:

$$P = 5026''.65 (T-1) + 1''.1125 (T^2-1)$$

De helling van de ecliptica wordt gegeven door<sup>[2]</sup>:

$$e = 23^\circ.452294 - 0^\circ.01301 T - 0^\circ.000\ 001\ 64 T^2 + 0^\circ.000\ 000\ 503 T^3$$

## § 6.0 Zonspositie

De positie van de zon is een belangrijke parameter bij de berekening van de zichtbaarheid van sterren. De vereiste nauwkeurigheid bedraagt daarbij ongeveer 1/10 graad over een tijdsverloop van enkele duizenden jaren. De ecliptische breedte kunnen we binnen deze nauwkeurigheid gelijk aan nul stellen. De ecliptische lengte van de zon kunnen we als volgt berekenen (T is weer het aantal juliaanse eeuwen sinds 1900.0):

De geometrische gemiddelde lengte wordt gegeven door<sup>[3]</sup>:

$$L = 279^\circ.69668 + 36000^\circ.76892 T + 0^\circ.000\ 30225 T^2$$

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

Dit is de lengte van de middelbare zon ten opzichte van het lentepunt op tijdstip T, en hoeft dus niet meer voor precessie gecorrigeerd te worden.

De gemiddelde anomalie is<sup>[3]</sup>:

$$M = 358^{\circ}.47583 + 35999^{\circ}.04975 - 0^{\circ}.000\ 0033\ T^3$$

Voor kleine excentriciteit, zoals bij de aardbaan, is het niet nodig om de vergelijking van Kepler op te lossen en uit de daarmee verkregen excentrische anomalie de ware anomalie te bereken, maar kunnen we met de 'equation of the centre' direct het verschil tussen ware en gemiddelde anomalie vinden<sup>[5]</sup>. Dit is tevens het verschil tussen de lengte van de middelbare en de ware zon:

$$\begin{aligned} C = & + ( 1^{\circ}.919\ 460 - 0^{\circ}.004\ 789\ T - 0^{\circ}.000\ 014\ T^2 ) \sin M \\ & + ( 0^{\circ}.020\ 094 - 0^{\circ}.000\ 100\ T ) \sin 2M \\ & + ( 0^{\circ}.000\ 293 ) \sin 3M \end{aligned}$$

De ware lengte van de zon volgt dan uit:

$$l = L + C$$

De omrekening naar het gewenste coördinatenstelsel gaat als bij de sterren. Wanneer in de grafische mode de kaartparameters worden opgevraagd zal daar ook de positie van de zon in vermeld worden.

### § 7.0 Kaartprojecties

Bij het uiteindelijk tekenen van een kaart moet een projectie worden gemaakt van de bolcoördinaten van de sterrenhemel naar de carthesische coördinaten van het beeldscherm. Voor deze afbeelding zoeken we dus twee functies die respectievelijk de x en de y coördinaat opleveren van het punt op het beeldscherm als functie van de coördinaten van de te plotten ster. Deze functies zullen we zó willen kiezen dat zoveel mogelijk eigenschappen van het afgebeelde beeld van de sterrenhemel overeenkomen met het oorspronkelijke beeld van de sterrenhemel. Zo zouden we willen dat de vorm van de sterrenbeelden intact blijft en dat de onderlinge grootte van de sterrenbeelden niet verandert. Verder zou men kunnen eisen dat grootcirkels worden afgebeeld als

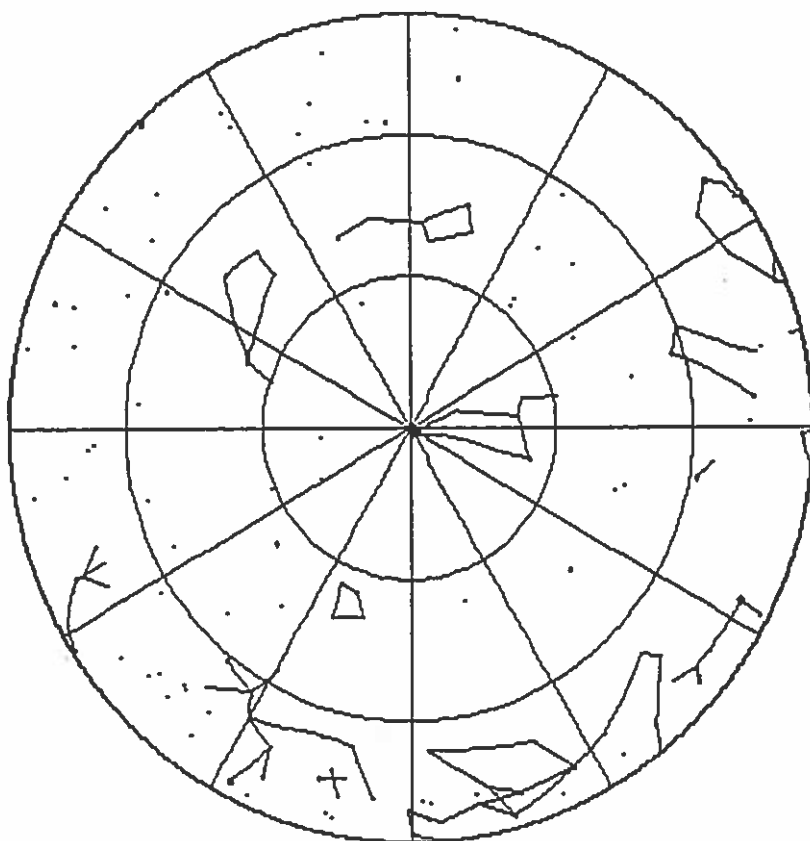
## Een programma voor het grafisch representeren van de sterrenhemel

rechte lijnen, of dat de afstanden tussen de sterren juist worden afgebeeld. Elke wens kan vertaald worden in een wiskundige eis die gesteld moet worden aan de projectiefuncties. Het is in het algemeen niet mogelijk om functies te vinden die meer dan één wens tegelijk voldoen. We zullen dus een keuze moeten maken aan welke eigenschap we de meeste belang hechten. Het is trouwens ook mogelijk om te proberen een functie te vinden die een aantal eisen tegelijk benadert. Een dergelijke 'compromis' oplossing vertekent dus alle eigenschappen, maar binnen bepaalde limieten. Om het probleem daadwerkelijk oplosbaar te maken moet tenslotte voor één van beide projectiefuncties een eenvoudige keuze worden gemaakt, meestal een lineaire afbeelding. De eis die we verder aan de projectie stellen levert dan een ééndimensionale differentiaalvergelijking op voor de tweede functie, waaruit we deze kunnen oplossen. De drie keuzes die normaal voor de eerste functie worden gedaan, verdelen projecties onder in azimuthale-, kegel- en cylinderprojecties. De eisen van vorm- en oppervlaktebehoud kunnen worden gerepresenteerd door een lokale eis aan de projectiefunctie.

Azimuthale projecties laten zich het makkelijkste beschrijven als men één van de polen van de bolcoördinaten als projectiecentrum kiest. Wanneer men een ander punt op de bol als projectiecentrum wil kiezen is de meest simpele methode om eerst een overgang te maken op een ander bolcoördinatensysteem dat wel een pool heeft op het betreffende punt. De projectie is nu een overgang op poolcoördinaten van een plat vlak, waarbij de lengtecoördinaat op de bol gelijk is aan de richting van het geprojecteerde punt. De voerstraal van het geprojecteerde punt is dan een functie van de breedtegraad op de bol, die in principe vrij te kiezen is en eventueel uit de extra eis bepaald kan worden. De Carthesische beeldscherm-coördinaten kunnen op de normale wijze uit de poolcoördinaten verkregen worden.

Cylinderprojecties laten zich het simpelste beschrijven als het projectiecentrum op breedtegraad nul van de bol ligt. Andere projectiecentra kunnen weer via een coördinatentransformatie verkregen worden. De afbeelding geschied direct naar carthesische coördinaten, waarbij de x-coördinaat gelijk is aan de lengtecoördinaat op de bol. De y-coördinaat is weer een functie van de breedte, die nader bepaald of gekozen kan worden.

Een nieuwe methode voor de berekening  
van heliakische opkomsten



NB : 32 33' 0"  
OL : 44 25' 0"

Datum : 1/ 1/-1300  
LT : 2:57:40  
UT : 0:00:00  
ST : 8:48:53

Horizon coördinaten

Azimuthaal  
Oppervlakte beh.

Projectie centrum :  
Azimuth : 0  
Hoogte : 90

Bereik : 180

Positie zon :  
Azimuth : 268.36  
Hoogte : -51.21

Fig. 25

Voorbeeld van een Azimutale projectie. Deze is oppervlak-  
te behoudend.

Een programma voor het grafisch representeren  
van de sterrenhemel



NB : 32 33' 0"  
OL : 44 25' 0"

Datum : 1/ 1/-1300  
LT : 2:57:40  
UT : 0:00:00  
ST : 0:48:53

Horizon coördinaten

Cylinder  
Vorm behoudend

Projectie centrum :  
Azimuth : 90  
Hoogte : 0

Bereik : 100

Positie zon :  
Azimuth : 268.36  
Hoogte : -51.21

Fig. 26

Voorbeeld van een kaartje in cylinderprojectie. Dit is de vormbehoudende versie (Mercator-projectie)

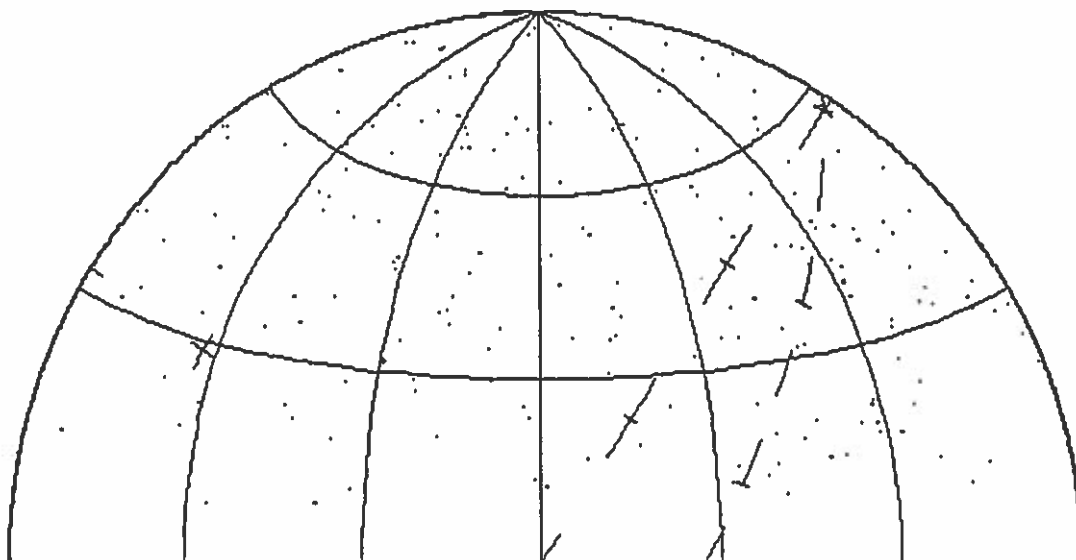
Kegelprojecties worden op soortgelijke manier verkregen. Aangezien ze echter niet in de programmatuur worden gebruikt, zullen we op deze klasse verder niet ingaan.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

In het programma kan men voor acht verschillende projecties kiezen. Allereerst kan men kiezen voor azimuthale dan wel cilindrische projectie, met voor elk een equidistante, oppervlak-tebehoudende of vormbehoudende variant. De equidistante projecties, waarbij ook de tweede projectiefunctie lineair is, zijn in beide gevallen compromis oplossingen tussen oppervlaktebehoud en vormbehoud. Daarnaast is de azimuthale orthografische projectie beschikbaar. De projectieformule voor deze variant luidt  $r = \cos(b)$ , en het geprojecteerde beeld stemt dus overeen met het beeld dat men verkrijgt door een bol vanaf een zeer grote afstand te bekijken. Deze projectie is toegevoegd vanwege de eenvoudige interpretatie van deze projectie. Onze hersenen kennen de vertekening van deze projectie, en corrigeren daar als het ware voor. Strikt mathematisch gezien worden zowel vorm als oppervlak-te behoorlijk geschonden, en zou dit dus geen handige projectie zijn. Tenslotte is er de zogenaamde 'halve bol' projectie, die feitelijk gelijk is aan een speciaal geval van de azimuthale equidistante projectie, waarvan de onderste hemisfeer wordt weggelaten zodat het deel waarin men is geïnteresseerd groter kan worden afgebeeld.



Een programma voor het grafisch representeren  
van de sterrenhemel



NB : 32 33 0'	Horizon coördinaten	Projectie centrum :
OL : 44 25 0'		Azimuth : 270
	"Halve bol"	Hoogte : 0
Datum : 1/ 1/-1300	Positie zon :	Bereik : 180
LI : 6:00:00	Azimuth : 289.86	
UT : 3:02:20	Hoogte : -13.53	k=0.40
ST : 11:51:43		

Fig. 27

De 'Halve Bol' projectie met ingetekende equator, ecliptica en een horizon-coördinaten rooster. Ook het zichtbaarheidsmodel is hier gebruikt.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

### § 8.0 Symbolen

Bij het tekenen voor de kaart worden een aantal symbolen gebruikt, die met het 'legenda' commando af te beelden zijn. Allereerst zijn er drie lijnpatronen die aangeven of ingetekende lengte- en breedtegraden ecliptische, equatoriale dan wel horizontale coördinaatsystemen aanduiden. Wanneer alleen de basiscirkel wordt aangegeven wordt ook een kruis getekend ter plaatse van de polen van hetzelfde coördinaatsysteem. Daarnaast is er een speciaal symbool dat de positie van de zon aangeeft. Voor de sterren zijn een aantal symbolen beschikbaar, afhankelijk van de helderheid van de ster.

Om te bepalen hoe groot het symbool moet zijn dat een ster van zekere helderheid aangeeft, leek het in eerste instantie logisch om een lineair verband te nemen tussen de totale oppervlakte van het symbool en de intensiteit van de ster. In de magnitudeschaal zou dat betekenen dat een symbool met oppervlakte  $N$  een ster van magnitude  $-2.5 \log N + C$  zou voorstellen, waarin  $C$  een vrij te kiezen constante is. Het resultaat dat daarmee wordt bereikt is echter niet bevredigend. De helderheidsverschillen lijken met deze methode sterk overdreven. Daarom is gekozen voor een verband waarbij de oppervlakte evenredig is met de wortel uit de intensiteit. De resulterende magnitude is dan  $-5 \log N + C$ . We nemen de helderheidsgrens tussen twee symbolen steeds bij het resultaat voor het gemiddelde van de oppervlakten van twee opeenvolgende symbolen. Voor de constante  $C$  is 4.85 gekozen. De resultaten staan in figuur 28.

Een programma voor het grafisch representeren  
van de sterrenhemel

	N	Grens	$4.65 - 5 \log N$
* **** ***** **** *	13	11	-0.63
**** **** ****	9	7	0.35
* **** *	5	4.5	1.31
*** ***	4	3	2.19
***	2	1.5	3.70
*	1		

Fig. 28

De gebruikte symbolen voor de sterren en de grensmagnitudes.

## Een nieuwe methode voor de berekening van heliakische opkomsten

### § 9.0 Het opzoeken van stergegevens

In grafische mode kan men met de cursor sterren aanwijzen. De gegevens van die ster worden dan meteen afgebeeld op het beeldscherm. Om dit mogelijk te maken wordt gebruik gemaakt van een slimme zoekmethode, gecombineerd met random access opslag van de stergegevens op disk, waardoor de gegevens direct en snel vanaf de disk kunnen worden ingelezen. Al tijdens het tekenen van de kaart legt het programma een dynamische boomstructuur aan waarmee later snel gevonden kan worden welke sterren op een bepaalde plaats op het beeldscherm staan afgebeeld. Hierdoor is de zoekmethode zo snel dat het direct kan worden uitgevoerd, terwijl een conventionele zoekroutine zoveel tijd zou vergen dat hiervoor de 'toestemming' van de gebruiker moet worden verkregen middels een toetscommando. De zoekmethode werd ontwikkeld door R. van de Weygaert van de sterrenwacht van Leiden, en is oorspronkelijk bedoeld om uit een database snel sterren te kunnen selecteren op meerdere criteria. In dit geval zijn de twee criteria slechts de x en de y coördinaten van het beeldscherm waarop de ster wordt afgebeeld.

Een programma voor het grafisch representeren  
van de sterrenhemel

Bibliografie bij Hoofdstuk IV

- [1] D. Hoffleit: "Bright Star Catalogue", Yale Univ. Observ., New Haven CT, 1982.
- [2] "Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac", Her Majestys Stationary Office, London, 1974.
- [3] J. Meeus: "Astronomical Formulae for Calculators", Willmann-Bell, 1979.
- [4] E.W. Woolard, G.M. Clemence: "Spherical Astronomy", Academic Press, New York, 1966.
- [5] W.M. Smart: "Textbook on Spherical Astronomy", Cambridge Univ. Press, 1977.
- [6] W.H. Press et al: "Numerical Recipes", Cambridge Univ. Press, 1986.
- [7] G. Scheffers: "Wie findet und zeichnet man Gradnetze von Land- und Sternkarten", Leipzig.
- [8] K. Velt: "Kaartprojecties in de Sterrenkunde", Zenit 1980 blz 62 en 150.